

السؤال الأول (10 د) :

حل جملة المعادلات الخطية التالية باستخدام طريقة غاوس:

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 + 3x_5 &= 1 \\2x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 &= 2 \\3x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 3x_4 - 9x_5 &= 3\end{aligned}$$

السؤال الثاني (10 د) :

برهن باستخدام الذواص الأساسية للمحددات ودون النشر أن :

$$\begin{vmatrix}1 & 1 & 1 & 1 \\1 & 1+a & 1 & 1 \\1 & 1 & 1+b & 1 \\1 & 1 & 1 & 1+c\end{vmatrix} = a \cdot b \cdot c$$

السؤال الثالث (20 د) :

ليكن لدينا الشكل التربيعي التالي:

$$Q(x, y, z) = x^2 + 5y^2 + z^2 + 2xy + 6xz + 2yz$$

والمطلوب :

- 1\_ اكتب الشكل التربيعي السابق على شكل جداء مصفوفات
- 2\_ ارجع الشكل التربيعي السابق إلى الشكل النظامي ثم أوجد مصفوفة الدوارن

السؤال الرابع (5 د) :

أثبت أن المتتالية التي حددها العام  $a_n = \frac{4^n}{n!}$  متقاربة وأوجد نهايتها.

السؤال الخامس (20 د) :

ادرس تقارب المتسلسلات التالية:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n+1}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \tan \frac{1}{n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{4}{\sqrt{n+1}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} n(x-2)^n$$

السؤال السادس (10 د) :

أوجد النهايتين التاليتين :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arcsin\left(\frac{3}{x}\right)}{\tan\left(\frac{1}{x}\right)}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{2}{x}}$$

السؤال السابع (5 د) :

انشر التابع التالي وفق ماكلوران

$$f(x) = \ln(1+x)$$

انتهت الإجابة

مع التمنيات بالتوفيق والنجاح

المصفوفة المعكوفة (1)  $\rightarrow$   $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 2 & 6 \\ 3 & 2 & -4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$

$$[A|B] = \left[ \begin{array}{ccccc|c} 1 & 1 & -2 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 2 & 6 & 2 \\ 3 & 2 & -4 & 3 & 7 & 3 \end{array} \right] \quad (\text{المصفوفة المعكوفة})$$

$$\sim \left[ \begin{array}{ccccc|c} 1 & 1 & -2 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & -3 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -6 & -18 & 0 \end{array} \right]$$

$$\sim \left[ \begin{array}{ccccc|c} 1 & 1 & -2 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -6 & -18 & 0 \end{array} \right] \sim \left[ \begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -6 & -18 & 0 \end{array} \right]$$

$$\sim \left[ \begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & 0 \end{array} \right]$$

$$\text{rank } A = \text{rank } [A|B] = 3$$

هناك  $z = 3 - 5$  مجهول اقيداري

$$x_1 = 1, \quad x_2 - 2x_3 = 0, \quad x_4 + 3x_5 = 0$$

$$\Leftrightarrow x_5 = b, \quad x_3 = 1 \quad (\text{نقطة})$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = 2a$$

$$x_3 = a$$

$$x_4 = -3b$$

$$x_5 = b$$

السؤال الثاني (10)

$$\begin{matrix} R_{2,1}(-1) \\ R_{3,1}(-1) \\ R_{4,1}(-1) \end{matrix} \sim \left[ \begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c \end{array} \right] = a \cdot b \cdot c$$

عدد صفوفه ثلثية مليا يلعب بها القطر الرئيسي

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 21 \\ 7 \\ 8 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 1 & 3 \\ 1 & 5-\lambda & 1 \\ 3 & 1 & 1-\lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \lambda^3 + 7\lambda^2 + 36 = 0$$

$$(\lambda + 2)(\lambda - 3)(\lambda - 6) = 0$$

$$\therefore \lambda_1 = -2, \lambda_2 = 3, \lambda_3 = 6$$

$$\begin{aligned} (1-\lambda)x + y + 3z &= 0 \\ x + (5-\lambda)y + z &= 0 \\ 3x + y + (1-\lambda)z &= 0 \end{aligned}$$

$$\lambda_1 = -2 \Rightarrow v_1 = (1, 0, -1) \Rightarrow V_1 = \left( \frac{1}{\sqrt{2}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$\lambda_2 = 3 \Rightarrow v_2 = (1, -1, 1) \Rightarrow V_2 = \left( \frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

$$\lambda_3 = 6 \Rightarrow v_3 = (1, 2, 1) \Rightarrow V_3 = \left( \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}} \right)$$

$$Q = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix} = -2y_1^2 + 3y_2^2 + 6y_3^2$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{2}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}$$

$$a_{n+1} = \frac{1}{(n+1)!} \quad \frac{1}{(n+1)!} < \frac{1}{n!} \quad \frac{1}{(n+1)!} > 0$$

$$0 < a_{n+1} < a_n \quad \frac{1}{n+1} < 1 \quad n \geq 1$$

By the Squeeze Theorem we have

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A = \lim_{n \rightarrow \infty} a_{n+1} = A \quad \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$$

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} a_{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n+1} = A \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+1} = A \cdot 0 = 0$$

(1) Q.E.D.

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n+1}$  مجموعه

$$\frac{3^{n+1}}{n+2} = \frac{3(n+1)}{n+2} \rightarrow 3 > 1$$

مجموعه

2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \tan^{-1} \frac{1}{n}$

مجموعه

3)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{4}{\sqrt{n+1}}$

مجموعه

4)  $\sum_{n=1}^{\infty} n(x-2)^n$

مجموعه

$$|x-2| < 1 \Rightarrow 1 < x < 3$$

$$x=1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n$$

$$x=3 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} n$$

1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\arcsin(\frac{3}{x})}{\tan(\frac{1}{x})} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-\frac{3}{x^2} / \sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}{-\frac{1}{x^2} / \cos^2 \frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 \cos^2 \frac{1}{x}}{\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}} = 3$

2)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x^2} \Rightarrow \ln I = \frac{2}{x} \ln x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x} = 0 \Rightarrow I = 1$

$$\ln(1+x)$$

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n}$$

$$\Rightarrow \ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n}$$

(5) الاجابة