

العلاقات والمتباينات في الأعداد الحقيقية

الفصل الأول

ترتيب العمليات في الأعداد الحقيقية

الدرس 1

خواص الجذور التربيعية

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = (\sqrt{a})^2 = a$$

[1] إذا كانت الجذور متشابهة

$$\sqrt{6} \cdot \sqrt{6} = 6, \quad \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3, \quad \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} = 7$$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

[2] إذا كانت الجذور مختلفة

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{6}, \quad \sqrt{5} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{35}, \quad \sqrt{6} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{18}$$

$$[3] \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$\sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}, \quad \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5}$$



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m

$$2 \times \sqrt{3} = 2 \times 1\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$3 \times 4\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{5} \times 3\sqrt{3} = 6\sqrt{15}$$

$$4\sqrt{3} \times 5\sqrt{3} = 20(3) = 60$$

[4] رقم  $\times$  الجذر

[5] لا يمكن اجراء عملية الجمع أو الطرح على الجذور المختلفة.

$$\sqrt{5} + \sqrt{2}, \quad 2\sqrt{3} - 3\sqrt{7}$$

[6] يمكن اجراء عملية الجمع أو الطرح على الحدود المتشابهة (( نزل الجذر ونجمع أو نطرح خارج الجذر فقط ))

$$3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = 7\sqrt{5}$$

$$2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = -3\sqrt{3}$$

الأكبر ونطرح

[7] هنالك جذور لا يمكن تبسيطها مثل  $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, \sqrt{11}$

[8] هنالك جذور يمكن تبسيطها مثل:

$$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$2 \begin{array}{r|l} 2 & 12 \\ 2 & 6 \\ 3 & 3 \\ \hline 2\sqrt{3} & 1 \end{array}$$

$$\sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$

$$5 \begin{array}{r|l} 5 & 125 \\ 5 & 25 \\ 5 & 5 \\ \hline 5\sqrt{5} & 1 \end{array}$$

ملاحظة

[1] نقوم بتبسيط الجذور

[1] إذا كان لدينا قوسين متشابهين ومختلفين بالإشارة أي بالصورة :

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2$$

أو نقوم بتوزيع القوس الأول على القوس الثاني ثم نجمع أو نطرح الحدود المتشابهة حسب الإشارة

[2] إذا كان لدينا قوسين متشابهين بالقيمة والإشارة أو قوسين مختلفين نقوم بتوزيع القوس الأول على القوس الثاني ثم نجمع أو نطرح الحدود المتشابهة حسب الإشارة

بسّط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية:

1

السؤال

$$[1] (\sqrt{12} - \sqrt{18})(\sqrt{12} + \sqrt{18}) = (\sqrt{12})^2 - (\sqrt{18})^2 \\ = 12 - 18 = -6$$

$$[2] (\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3}) = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2 \\ = 5 - 3 = 2$$

$$[3] (\sqrt{7} - \sqrt{2})^2 = (\sqrt{7} - \sqrt{2})(\sqrt{7} - \sqrt{2}) \\ = 7 - \sqrt{14} - \sqrt{14} + 2 \\ = 9 - 2\sqrt{14}$$



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m

[www.stadiraq.com](http://www.stadiraq.com)

موقع الاستاذ العراقي



$$\begin{aligned}
 [4] \quad \sqrt{12}(\sqrt{3} - \sqrt{8}) - 6 &= 2\sqrt{3}(\sqrt{3} - 2\sqrt{2}) - 6 \\
 &= 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} - 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{2} - 6 \\
 &= \cancel{6} - 4\sqrt{6} - \cancel{6} = -4\sqrt{6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|l}
 2 & 8 \\
 2 & 4 \\
 2 & 2 \\
 \hline
 2\sqrt{2} & 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 2 & 12 \\
 2 & 6 \\
 3 & 3 \\
 \hline
 2\sqrt{3} & 1
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 [5] \quad \sqrt{7}(\sqrt{28} - \sqrt{2}) - 5 &= \sqrt{7}(2\sqrt{7} - \sqrt{2}) - 5 \\
 &= \sqrt{7} \times 2\sqrt{7} - \sqrt{7} \times \sqrt{2} - 5 \\
 &= 14 - \sqrt{14} - 5 = 9 - \sqrt{14}
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|l}
 2 & 28 \\
 2 & 14 \\
 7 & 7 \\
 \hline
 2\sqrt{7} & 1
 \end{array}$$

الأكبر ونطرح

### خواص الجذور التكعيبية

$$[1] \quad \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{ab}$$

$$\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{6}$$

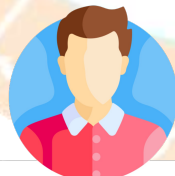
$$[2] \quad \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a} = (\sqrt[3]{a})^3 = a$$

$$\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} = 5$$

$$[3] \quad \sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$$

$$[4] \quad \sqrt[3]{-a} = -\sqrt[3]{a}$$

$$[5] \quad a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$$



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m

حفظ

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

$$\sqrt[3]{27} = 3$$

$$\sqrt[3]{64} = 4$$

$$\sqrt[3]{125} = 5$$

$$\sqrt[3]{216} = 6$$

[www.stadiraq.com](http://www.stadiraq.com)

موقع الاستاذ العراقي



بسط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية:

[1]  $(-27)^{\frac{1}{3}} \left( \frac{1}{9}\sqrt{7} - \frac{1}{9}\sqrt{28} \right)$

$= -3 \left( \frac{1}{9}\sqrt{7} - \frac{1}{9} \times 2\sqrt{7} \right)$

$= -3 \times \frac{1}{9}\sqrt{7} + 3 \times \frac{2}{9}\sqrt{7}$

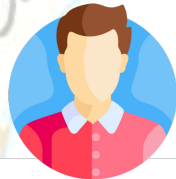
$= -\frac{1}{3}\sqrt{7} + \frac{2}{3}\sqrt{7}$

$= \frac{-1+2}{3}\sqrt{7}$

$= \frac{1}{3}\sqrt{7}$

2	28
2	14
7	7
$2\sqrt{7}$	1

توحيد مقامات



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m

[2]  $(-125)^{\frac{1}{3}} \left( \frac{1}{10}\sqrt{3} - \frac{1}{4}\sqrt{12} \right)$

$= -5 \left( \frac{1}{10}\sqrt{3} - \frac{1}{4} \times 2\sqrt{3} \right)$

$= -5 \left( \frac{1}{10}\sqrt{3} - \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \right)$

$= -5 \times \frac{1}{10}\sqrt{3} + 5 \times \frac{1}{2}\sqrt{3}$

$= -\frac{1}{2}\sqrt{3} + \frac{5}{2}\sqrt{3}$

$= \frac{4}{2}\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

2	12
2	6
3	3
$2\sqrt{3}$	1

توحيد مقامات

[3]  $(\sqrt{125} - \sqrt{20}) \left( \sqrt[3]{\frac{8}{27}} \right) = (5\sqrt{5} - 2\sqrt{5}) \left( \frac{2}{3} \right)$

$= 3\sqrt{5} \times \frac{2}{3} = 2\sqrt{5}$

2	20
2	10
5	5
$2\sqrt{5}$	1

5	125
5	25
5	5
$5\sqrt{5}$	1

ملاحظة

في الأسئلة التي تحتوي على عملية القسمة نتبع ما يأتي:

[1] نقلب القسمة الى ضرب وقلب الكسر الذي بعد القسمة.

[2] نضع الجذور في أبسط صورة.

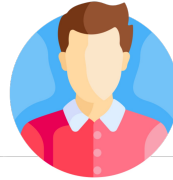
[3] نجري عملية الاختصار أن وجدت ثم نجد الناتج.



بسّط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية:

3

السؤال



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m

$$[1] \left( \sqrt[3]{\frac{8}{27}} - \sqrt{\frac{2}{3}} \right) \div \left( \frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{\sqrt{27}} \right)$$

$$= \left( \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right) \times \left( \frac{\sqrt{27}}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} \right)$$

توحيد مقامات

$$= \frac{2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} \times \frac{3\sqrt{3}}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{-(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} = -1$$

$$\begin{array}{r|l} 3 & 27 \\ 3 & 9 \\ 3 & 3 \\ \hline 3\sqrt{3} & 1 \end{array}$$

www.stadiraq.com

موقع الاستاذ العراقي

$$[2] \frac{4\sqrt{12}}{5\sqrt[3]{-27}} \div \frac{2\sqrt{24}}{\sqrt{8}} = \frac{4\sqrt{12}}{5\sqrt[3]{-27}} \times \frac{\sqrt{8}}{2\sqrt{24}}$$

$$= \frac{4 \times 2\sqrt{3}}{5(-3)} \times \frac{2\sqrt{2}}{2 \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{3}}$$

$$= \frac{-4}{15}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 24 \\ 2 & 12 \\ 2 & 6 \\ 3 & 3 \\ \hline 2\sqrt{2}\sqrt{3} & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 12 \\ 2 & 6 \\ 3 & 3 \\ \hline 2\sqrt{3} & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 8 \\ 2 & 4 \\ 2 & 2 \\ \hline 2\sqrt{2} & 1 \end{array}$$

## تنسيب المقام

إذا كان المقام يحتوي على جذر فيجب التخلص منه هنالك حالتان:

$$\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \times \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}}$$

(1) إذا كان المقام يتكون من حد واحد نقوم بالضرب والقسمة على نفس المقام. أي أن:

(2) إذا كان المقام يتكون من حدين نقوم بالضرب والقسمة على نفس المقام بعكس الإشارة.

$$\frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$$





بسط الجمل العددية التالية باستعمال تناسب المقام وترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية:

$$\begin{aligned} [1] \quad & \frac{7 - \sqrt{5}}{\sqrt{5}} \\ &= \frac{7 - \sqrt{5}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \\ &= \frac{7\sqrt{5} - 5}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [2] \quad & \frac{1 - \sqrt{3}}{4\sqrt{3}} \\ &= \frac{1 - \sqrt{3}}{4\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{3} - 3}{4(3)} = \frac{\sqrt{3} - 3}{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [3] \quad & \frac{1 - \sqrt{20}}{\sqrt{5}} \\ &= \frac{1 - 2\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \\ &= \frac{\sqrt{5} - 2(5)}{5} = \frac{\sqrt{5} - 10}{5} \end{aligned}$$

$$2 \left[ \begin{array}{c|c} 2 & 20 \\ 2 & 10 \\ 5 & 5 \\ \hline 2\sqrt{5} & 1 \end{array} \right]$$

$$\begin{aligned} [4] \quad & \frac{\sqrt{21}}{2\sqrt{3} - \sqrt{7}} \\ &= \frac{\sqrt{7} \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} - \sqrt{7}} \times \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{7}}{2\sqrt{3} + \sqrt{7}} \\ &= \frac{\sqrt{7} \times \sqrt{3} \times 2\sqrt{3} + \sqrt{7} \times \sqrt{3} \times \sqrt{7}}{(2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{7})^2} \\ &= \frac{6\sqrt{7} + 7\sqrt{3}}{12 - 7} = \frac{6\sqrt{7} + 7\sqrt{3}}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [5] \quad & \frac{\sqrt{50} - \sqrt{3}}{2\sqrt{3}} - \frac{10 - \sqrt{6}}{2\sqrt{6}} \\ &= \frac{5\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \frac{10 - \sqrt{6}}{2\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} \\ &= \frac{5\sqrt{6} - 3}{6} - \frac{10\sqrt{6} - 6}{12} \\ &= \frac{2(5\sqrt{6} - 3) - (10\sqrt{6} - 6)}{12} \\ &= \frac{10\sqrt{6} - 6 - 10\sqrt{6} + 6}{12} = \frac{0}{12} = 0 \end{aligned}$$

توحيد مقامات



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m

مسائل حياتية

السؤال 5

**الأقمار الصناعية:** يستعمل القمر الصناعي بصفة أساسية في الاتصالات مثل إشارات التلفاز والمكالمات الهاتفية في جميع أنحاء العالم والتنبؤ بالطقس وتعقب الأعاصير إذ تدور هذه الأقمار بسرعات محددة في مدارات خاصة بها حول الأرض وتحسب سرعة القمر المدارية بالعلاقة التالية :  $v = \sqrt{\frac{4 \times 10^{14}}{r}} \text{ m/sec}$  إذ  $r$  نصف قطر المدار ( بعد القمر عن مركز الأرض ) . ما سرعة القمر اذا كان نصف قطر المدار  $300 \text{ km}$  ؟

نحول نصف القطر من km الى m

الحل

$$r = 300 \text{ km} = 300 \times 1000 = 3 \times 10^5 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{4 \times 10^{14}}{r}} = \sqrt{\frac{4 \times 10^{14}}{3 \times 10^5}} = \sqrt{\frac{4 \times 10^{14-5}}{3}} \\ &= \sqrt{\frac{4 \times 10^9}{3}} = \sqrt{\frac{4 \times 10^8 \times 10}{3}} = \frac{2 \times 10^4 \times \sqrt{10}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{2 \times 10^4 \times \sqrt{10}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times 10^4 \times \sqrt{30}}{3} \\ &= \frac{2 \times 5.47 \times 10^4}{3} = \frac{10.94 \times 10^4}{3} = 3.65 \times 10^4 \text{ m/sec} \end{aligned}$$



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m

إذا كان المقدار بالصورة :  $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

ملاحظة

فكر

أثبت صحة ما يأتي :  $(7^{\frac{1}{3}} - 5^{\frac{1}{3}})(7^{\frac{2}{3}} + 7^{\frac{1}{3}}5^{\frac{1}{3}} + 5^{\frac{2}{3}})$

السؤال 6

الحل

$$\text{LHS} = \left(7^{\frac{1}{3}} - 5^{\frac{1}{3}}\right) \left(7^{\frac{2}{3}} + 7^{\frac{1}{3}}5^{\frac{1}{3}} + 5^{\frac{2}{3}}\right)$$

$$= \left(7^{\frac{1}{3}}\right)^3 - \left(5^{\frac{1}{3}}\right)^3$$

$$= 7 - 5 = 2 \quad \text{RHS}$$

www.stadiraq.com

موقع الاستاذ العراقي

## التطبيقات

## الدرس 2

### التطبيق وتمثيله في المستوي الإحداثي

**التطبيق:** لتكن  $R$  علاقة من المجموعة  $X$  (المجال) الى المجموعة  $Y$  (المجال المقابل) حيث كل عنصر من عناصر  $X$  يرتبط بعنصر وحيد من عناصر  $Y$  عندئذ تسمى العلاقة  $R$  تطبيق وتكتب  $R : X \rightarrow Y$ .

المجال

المجال المقابل

**الزوج المرتب:** هي مجموعة الأزواج المرتبة  $(x, y)$  اذ ينتمي المسقط الأول (( الإحداثي الأول )) الى المجموعة  $X$  والمسقط الثاني (( الإحداثي الثاني )) الى المجموعة  $Y$

**المدى:** يمثل المدى المسقط الثاني من الأزواج المرتبة  $(x, y)$  أي تمثل صور عناصر المجال (( النواتج ))

1

السؤال

إذا كانت  $R : X \rightarrow Y$  تمثل تطبيقاً بقاعدة اقتران  $y = \frac{1}{2}x$  من المجموعة  $X = \{4, 6, 8\}$  الى المجموعة  $Y = \{2, 3, 4, 5\}$ . اكتب التطبيق على شكل أزواج مرتبة ثم مثل التطبيق بمخطط سهمي وحدد المجال والمدى للتطبيق.

الحل

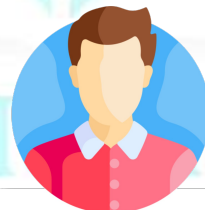
$$y = \frac{1}{2}x, \quad x = \{4, 6, 8\}$$

$$y = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

$$y = \frac{1}{2} \times 6 = 3$$

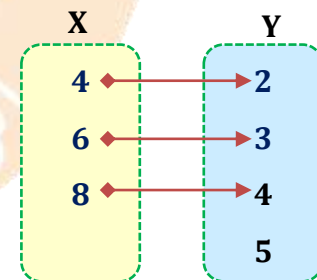
$$y = \frac{1}{2} \times 8 = 4$$

$$R = \{(4, 2), (6, 3), (8, 4)\} \quad \text{الأزواج المرتبة}$$



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m

المخطط السهمي



$x = \{4, 6, 8\}$  = المجال  
 $\{2, 3, 4\}$  = المدى





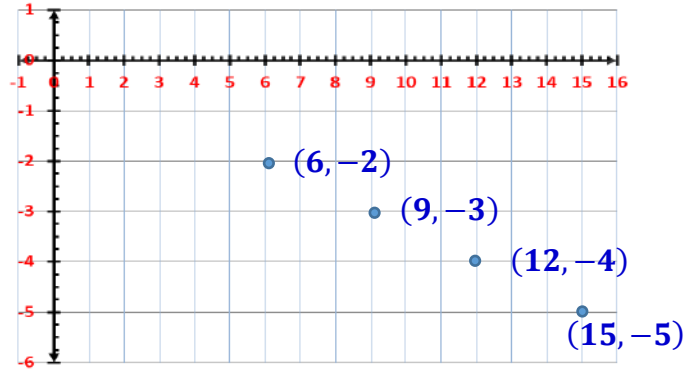
مسائل حياتية

درجات الحرارة: سجلت درجات الحرارة في أحد أيام الشتاء بالعلاقة التالية:

الحرارة بالدرجات السيليزية. مثل العلاقة بجدول ومثلها بالمستوي الاحداثي بيانها هل تمثل العلاقة تطبيقاً أم لا؟

الحل

الوقت (X)	6	9	12	15
درجة الحرارة (Y)	-2	-3	-4	-5



العلاقة تمثل تطبيقاً لأن كل عنصر من عناصر X يرتبط بعنصر واحد من عناصر Y

ملاحظة

إذا طلب بالسؤال كتابة قاعدة الاقتران نطبق القاعدة  $f(x) = a + (x - 1)b$  لإيجاد قيمة  $a, b$  نتبع ما يأتي:

[1] نأخذ أول زوجين مرتبين  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  ومنها نجد قيمة  $a = y_1$  وقيمة  $b$  حيث  $b = y_2 - y_1$

[2] نعوض قيمة  $a, b$  في  $f(x) = a + (x - 1)b$  ثم نتخلص من الأقواس ونبسط المقدار ومنها نجد قاعدة الاقتران



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m

[www.stadiraq.com](http://www.stadiraq.com)  
موقع الاستاذ العراقي



السؤال 3

الوزن / كغم X	السعر بألوف الدنانير Y
1	2
2	4
3	6
4	8

الجدول التالي يمثل العلاقة بين الوزن (كغم) وسعر السمك  
هل تمثل العلاقة تطبيقاً؟ إذا كانت تطبيقاً فاكتب قاعدة الاقتران  
وحدد المجال والمدى ومثله في المستوي الإحداثي.

الحل

$(x_1, y_1) (x_2, y_2)$

$(1, 2), (2, 4)$

$a = y_1 = 2$

$b = y_2 - y_1$

$b = 4 - 2 = 2$

غير مطلوب بالحل

$f(x) = a + (x - 1)b$

$f(x) = 2 + (x - 1)(2)$

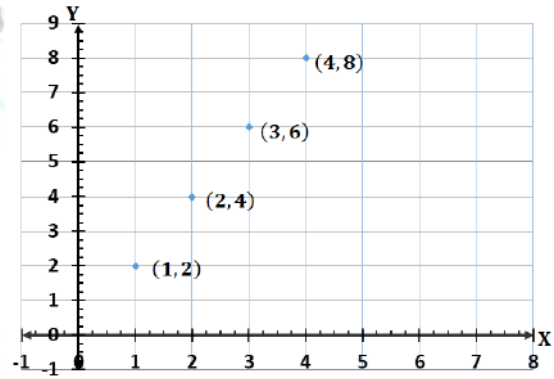
$= 2 + 2x - 2$

$f(x) = 2x$

$f(x) = 2x$

قاعدة الاقتران

المجال  $\{1, 2, 3, 4\}$  ، المدى  $\{2, 4, 6, 8\}$



اكتب قاعدة اقتران للتطبيق ومثله بمخطط سهمي واكتب المجال والمدى لها:

السؤال 4

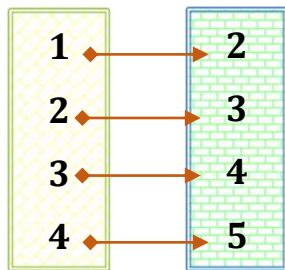
[1]  $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$

الحل

قاعدة الاقتران :  $f(x) = x + 1$

المجال  $\{1, 2, 3, 4\}$

المدى  $\{2, 3, 4, 5\}$



$(x_1, y_1) (x_2, y_2)$

$(1, 2), (2, 3)$

$a = y_1 = 2$

$b = y_2 - y_1$

$b = 3 - 2 = 1$

غير مطلوب بالحل

$f(x) = a + (x - 1)b$

$f(x) = 2 + (x - 1)(1)$

$= 2 + x - 1$

$f(x) = x + 1$



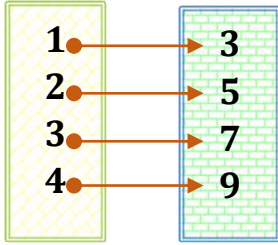
[2]  $g = \{(1, 3), (2, 5), (3, 7), (4, 9)\}$

الحل

قاعدة الاقتران :  $g(x) = 2x + 1$

المجال =  $\{1, 2, 3, 4\}$

المدى =  $\{3, 5, 7, 9\}$



$(x_1, y_1)(x_2, y_2)$

$(1, 3), (2, 5)$

$a = y_1 = 3$

$b = y_2 - y_1$

$b = 5 - 3 = 2$

غير مطلوب بالحل

$g(x) = a + (x - 1)b$

$g(x) = 3 + (x - 1)(2)$

$= 3 + 2x - 2$

$g(x) = 2x + 1$



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m

اكتب قاعدة الاقتران للتطبيقات التالية ومثلها في المستوي الإحداثي واكتب المجال والمدى لها:

5

السؤال

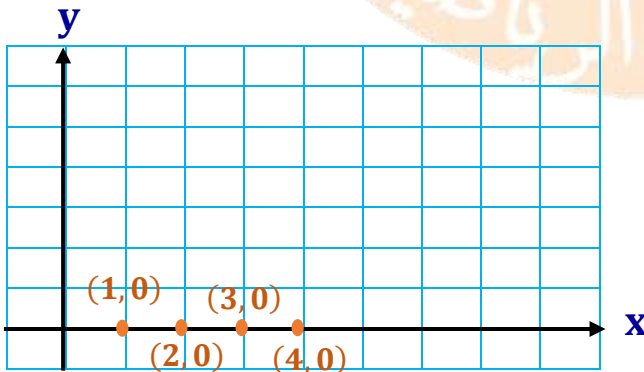
[1]  $f = \{(1, 0), (2, 0), (3, 0), (4, 0)\}$

الحل

قاعدة الاقتران :  $f(x) = 0$

المجال =  $\{1, 2, 3, 4\}$

المدى =  $\{0\}$



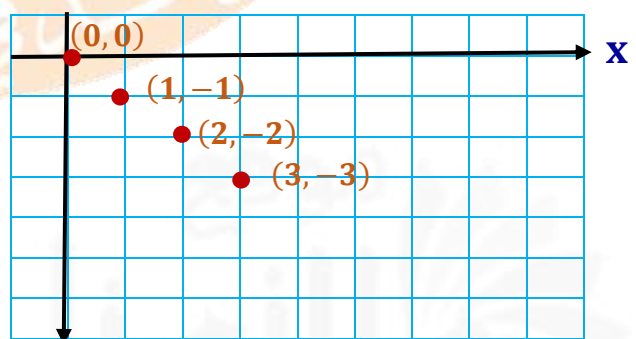
[2]  $g = \{(0, 0), (1, -1), (2, -2), (3, -3)\}$

الحل

قاعدة الاقتران :  $g(x) = -x$

المجال =  $\{0, 1, 2, 3\}$

المدى =  $\{0, -1, -2, -3\}$



## أنواع التطبيق

### التطبيق الشامل

أولاً

يكون التطبيق  $f: X \rightarrow Y$  غير شامل اذا كان

[1] المدى  $\neq$  المجال المقابل

[2] اذا كان المجال المقابل  $N, Z, R, Q$

يكون التطبيق  $f: X \rightarrow Y$  شامل اذا كان

المدى = المجال المقابل

### التطبيق المتباين

ثانياً

يكون التطبيق  $f: X \rightarrow Y$  غير متباين اذا كان :

$\forall x_1, x_2 \in X, x_1 \neq x_2 \rightarrow f(x_1) = f(x_2)$

((الناتج متشابهة))

يكون التطبيق  $f: X \rightarrow Y$  متباين اذا كان كل عنصر في  $X$  يرتبط بعنصر واحد من  $Y$  أي أن :

$\forall x_1, x_2 \in X, x_1 \neq x_2 \rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$

((الناتج مختلفة))



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m

### التطبيق التقابل

ثالثاً

يكون التطبيق تقابل إذا كان التطبيق شامل ومتباين

$N = \{1, 2, 3, \dots\}$  الأعداد الطبيعية :

$Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$  الأعداد الصحيحة :

السؤال 7

إذا كان التطبيق  $f : N \rightarrow N$  إذ أن  $f(x) = 3x + 2$  بين هل أن التطبيق شامل أم لا ؟

الحل

$$f(x) = 3x + 2, \quad N = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$f(1) = 3(1) + 2 = 5$$

$$f(2) = 3(2) + 2 = 8$$

$$f(3) = 3(3) + 2 = 11$$

$$\{5, 8, 11, \dots\} = \text{المدى}$$

التطبيق ليس شامل لأن المدى  $\neq$  المجال المقابل  $N$



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m

السؤال 6

إذا كانت  $f : Z \rightarrow Z$  حيث  $f(x) = 2x^2 - 3$  بين نوع التطبيق حيث  $Z$  مجموعة الأعداد الصحيحة .

الحل

$$f(x) = 2x^2 - 3, \quad Z = \{0, 1, -1, 2, -2, \dots\}$$

$$f(0) = 2(0)^2 - 3 = 0 - 3 = -3$$

$$f(1) = 2(1)^2 - 3 = 2 - 3 = -1$$

$$f(-1) = 2(-1)^2 - 3 = 2 - 3 = -1$$

$$f(2) = 2(2)^2 - 3 = 8 - 3 = 5$$

$$f(-2) = 2(-2)^2 - 3 = 8 - 3 = 5$$

$$\{-3, -1, 5, \dots\} = \text{المدى}$$

التطبيق ليس شامل لأن المدى  $\neq$  المجال المقابل  $Z$

التطبيق ليس متبايناً لأن النواتج مختلفة

$$f(1) = f(-1) = -1 \text{ بينما } 1 \neq -1$$

تركيب التطبيقات

$$[1] (f \circ g)(x) = f[g(x)]$$

$$[2] (g \circ f)(x) = g[f(x)]$$





8

السؤال

إذا كان  $f: N \rightarrow N$  حيث  $f(x) = 2x + 1$  و  $g: N \rightarrow N$  حيث  $g(x) = x^2$  جد :  
 1)  $(f \circ g)(3)$  2)  $(g \circ f)(3)$  وماذا تلاحظ؟ 3) جد قيمة  $x$  إذا كان  $(f \circ g)(x) = 33$

الحل

1)  $(f \circ g)(3) = f[g(3)]$

$= f[(3)^2] = f(9)$

$= 2(9) + 1 = 19$

2)  $(g \circ f)(3) = g[f(3)]$

$= g[2(3) + 1] = g(7)$

$= (7)^2 = 49$

$(f \circ g)(3) \neq (g \circ f)(3)$

نلاحظ أن:

3)  $(f \circ g)(x) = 33$

$f[g(x)] = 33$

$f(x^2) = 33$

$2x^2 + 1 = 33$

$2x^2 = 33 - 1$

$2x^2 = 32 \} \div 2$

$x^2 = 16$

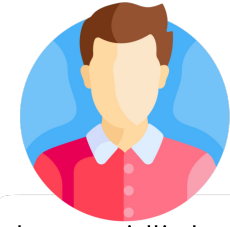
بالجذر  $\Rightarrow$

$x = \pm 4$

أما  $x = 4 \in N$

أو  $x = -4 \notin N$

يهمل



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m

إذا كانت  $f: N \rightarrow N$  حيث  $f(x) = 5x + 2$  وأن  $g: N \rightarrow N$  حيث  $g(x) = x + 3$   
 اكتب التطبيق  $f \circ g$  بكتابة الأزواج المرتبة لها واكتب مداها وبين نوعها؟

9

السؤال

الحل

$f \circ g(x) = f[g(x)]$  ,  $X = N = \{1, 2, 3, \dots\}$

$f \circ g(1) = f[g(1)] = f(1 + 3) = f(4) = 5(4) + 2 = 22$

$f \circ g(2) = f[g(2)] = f(2 + 3) = f(5) = 5(5) + 2 = 27$

$f \circ g(3) = f[g(3)] = f(3 + 3) = f(6) = 5(6) + 2 = 32$

$f \circ g = \{(1, 22), (2, 27), (3, 32), \dots\}$  الأزواج المرتبة

$\{22, 27, 32, \dots\} =$  المدى

التطبيق ليس شامل لأن المدى  $\neq$  المجال المقابل  $N$

التطبيق متباين لأن  $f \circ g(1) \neq f \circ g(2)$  بينما  $1 \neq 2$  (( النواتج مختلفة ))  $\rightarrow$  التطبيق ليس تقابل .



www.stadiraq.com

موقع الاستاذ العراقي



السؤال 10 ليكن التطبيقان  $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  إذ  $f(x) = 3x + 1$  وأن  $g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  حيث  $g(x) = 2x + 5$

جد قيمة  $x$  إذا كان :  $(f \circ g)(x) = 28$

الحل

$$f[g(x)] = 28$$

$$f[2x + 5] = 28$$

$$3(2x + 5) + 1 = 28$$

$$6x + 15 + 1 = 28$$

$$6x + 16 = 28$$

$$6x = 28 - 16$$

$$6x = 12 \Rightarrow x = 2$$



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m

فكر

السؤال 11

إذا كانت  $A = \{1, 2, 3\}$  وكان  $f : A \rightarrow A$  و  $g : A \rightarrow A$  معرفان كما يلي :

$g = \{(3, 1), (1, 2), (2, 3)\}$  ,  $f = \{(1, 3), (3, 3), (2, 3)\}$  بين هل أن :  $f \circ g = g \circ f$  ؟

الحل

$$f \circ g(1) = f[g(1)] = f(2) = 3$$

$$f \circ g(2) = f[g(2)] = f(3) = 3$$

$$f \circ g(3) = f[g(3)] = f(1) = 3$$

$$f \circ g(x) \neq g \circ f(x)$$

$$g \circ f(1) = g[f(1)] = g(3) = 1$$

$$g \circ f(2) = g[f(2)] = g(3) = 1$$

$$g \circ f(3) = g[f(3)] = g(3) = 1$$



## المتتابعات

### الدرس 3

**المتتابعة:** هي دالة مجالها  $N$  أو مجموعة جزئية مرتبة منتهية من  $N$  أي أن  $f : N \rightarrow R$  وتكتب على شكل مجموعة من الأزواج المرتبة حيث المساقط الأولى تمثل عناصر المجال  $N$  والمساقط الثانية تمثل عناصر المجال المقابل ( الصور ) كما في الشكل :

$$\{(1, f(1)), (2, f(2)), (3, f(3)), \dots, (n, f(n)), \dots\}$$

**ملاحظة:** يسمى  $u_n$  بالحد العام للمتتابعة  $u_n = f(n)$  وتكتب المتتابعة بالصورة :

$$\{u_1, u_2, u_3, \dots, u_i, \dots\}$$

1

السؤال

نظم جدولا يربط بين عدد الأيام وعدد اللوحات. اكتب مجموعة الأزواج المرتبة من الجدول. هل يمثل الجدول نمطا؟ هل يمثل متتابعة؟

5	4	3	2	1	عدد اللوحات
15	12	9	6	3	عدد الأيام

الحل

الأزواج المرتبة  $\{(1, 3), (2, 6), (3, 9), (4, 12), (5, 15)\}$

نعم يمثل نمطا والعلاقة تمثل ((ثلاثة أمثال)) والعلاقة تمثل متتابعة حدها العام هو

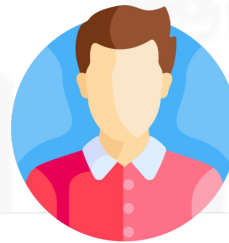
$$u_n = 3n, \quad n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

تكتب بالشكل الآتي:  $\{u_n\} = 3n = \{3, 6, 9, 12, 15\}$



[www.stadiraq.com](http://www.stadiraq.com)

موقع الأستاذ العراقي



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m



اكتب الأزواج المرتبة الخمسة الأولى للمتتابعة  $\{u_n\}$  ومثلها في المستوي الاحداثي :

[1]  $u_n = n$

الحل

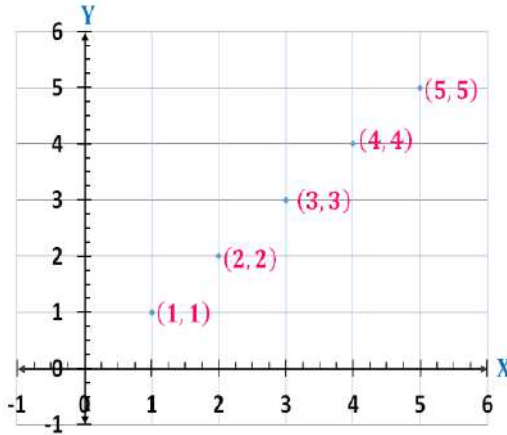
$u_1 = 1$

$u_2 = 2$

$u_3 = 3$

$u_4 = 4$

$u_5 = 5$

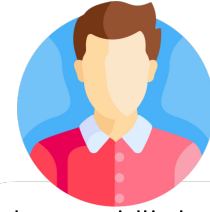


الأزواج المرتبة هي:

$\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5)\}$

[2]  $u_n = \frac{1}{n}$

الحل



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m

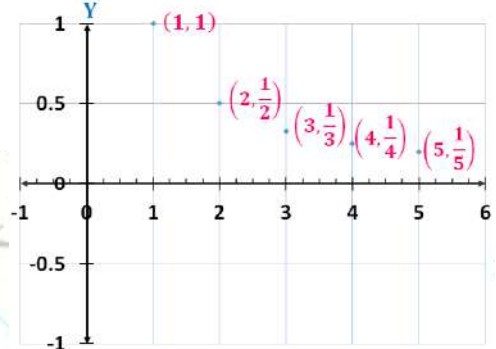
$u_1 = \frac{1}{1} = 1$

$u_2 = \frac{1}{2}$

$u_3 = \frac{1}{3}$

$u_4 = \frac{1}{4}$

$u_5 = \frac{1}{5}$



الأزواج المرتبة هي:

$\{(1, 1), (2, \frac{1}{2}), (3, \frac{1}{3}), (4, \frac{1}{4}), (5, \frac{1}{5})\}$

اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل من المتتابعات الآتية:

[1]  $u_n = \{2n - 1\}$

الحل

$u_1 = 2(1) - 1 = 1$

$u_2 = 2(2) - 1 = 3$

$u_3 = 2(3) - 1 = 5$

$u_4 = 2(4) - 1 = 7$

$u_5 = 2(5) - 1 = 9$

المتتابعة هي :  $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

[2]  $\{u_n\} = (-1)^n$

الحل

$u_1 = (-1)^1 = -1$

$u_2 = (-1)^2 = 1$

$u_3 = (-1)^3 = -1$

$u_4 = (-1)^4 = 1$

$u_5 = (-1)^5 = -1$

المتتابعة هي :  $\{1, 1, -1, 1, -1\}$

[3]  $\{u_n\} = \frac{n}{3}$

الحل

$$u_1 = \frac{1}{3}$$

$$u_2 = \frac{2}{3}$$

$$u_3 = \frac{3}{3} = 1$$

$$u_4 = \frac{4}{3}$$

$$u_5 = \frac{5}{3}$$



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m

المتتابعة هي:  $\left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}\right\}$

[6]  $\{u_n\} = \frac{1}{n+1}$

الحل

$$u_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

$$u_2 = \frac{1}{2+1} = \frac{1}{3}$$

$$u_3 = \frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$$

$$u_4 = \frac{1}{4+1} = \frac{1}{5}$$

$$u_5 = \frac{1}{5+1} = \frac{1}{6}$$

المتتابعة هي:  $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}\right\}$

[4]  $\{u_n\} = n^2$

الحل

$$u_1 = (1)^2 = 1$$

$$u_2 = (2)^2 = 4$$

$$u_3 = (3)^2 = 9$$

$$u_4 = (4)^2 = 16$$

$$u_5 = (5)^2 = 25$$

المتتابعة هي:  $\{1, 4, 9, 16, 25\}$

[5]  $\{u_n\} = n^3$

الحل

$$u_1 = (1)^3 = 1$$

$$u_2 = (2)^3 = 8$$

$$u_3 = (3)^3 = 27$$

$$u_4 = (4)^3 = 64$$

$$u_5 = (5)^3 = 125$$

المتتابعة هي:  $\{1, 8, 27, 64, 125\}$

[7]  $\{u_n\} = 4n$

$$u_1 = 4(1) = 4$$

$$u_2 = 4(2) = 8$$

$$u_3 = 4(3) = 12$$

$$u_4 = 4(4) = 16$$

$$u_5 = 4(5) = 20$$

المتتابعة هي:  $\{4, 8, 12, 16, 20\}$



www.stadiraq.com

موقع الاستاذ العراقي







[8]  $\{u_n\} = 2n - 5$

الحل

$$u_1 = 2(1) - 5 = 2 - 5 = -3$$

$$u_2 = 2(2) - 5 = 4 - 5 = -1$$

$$u_3 = 2(3) - 5 = 6 - 5 = 1$$

$$u_4 = 2(4) - 5 = 8 - 5 = 3$$

$$u_5 = 2(5) - 5 = 10 - 5 = 5$$

المتتابعة :  $\{-3, -1, 1, 3, 5\}$

[9]  $\{u_n\} = 9$

الحل

$$u_1 = 9$$

$$u_2 = 9$$

$$u_3 = 9$$

$$u_4 = 9$$

$$u_5 = 9$$

المتتابعة :  $\{9, 9, 9, 9, 9\}$



السؤال 4 أكتب الأزواج المرتبة الأربعة الأولى للمتتابعة التي حدها العام معطى:

[1]  $u_n = 3n$

الحل

$$u_1 = 3(1) = 3$$

$$u_2 = 3(2) = 6$$

$$u_3 = 3(3) = 9$$

$$u_4 = 3(4) = 12$$

الأزواج المرتبة :  $\{(1, 3), (2, 6), (3, 9), (4, 12)\}$

[2]  $u_n = n - 4$

الحل

$$u_1 = 1 - 4 = -3$$

$$u_2 = 2 - 4 = -2$$

$$u_3 = 3 - 4 = -1$$

$$u_4 = 4 - 4 = 0$$

الأزواج المرتبة:

$\{(1, -3), (2, -2), (3, -1), (4, 0)\}$

[3]  $u_n = 3n - 1$

الحل

$$u_1 = 3(1) - 1 = 2$$

$$u_2 = 3(2) - 1 = 5$$

$$u_3 = 3(3) - 1 = 8$$

$$u_4 = 3(4) - 1 = 11$$

الأزواج المرتبة:

$\{(1, 2), (2, 5), (3, 8), (4, 11)\}$



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m

[www.stadiraq.com](http://www.stadiraq.com)

موقع الاستاذ العراقي



[4]  $u_n = 3n^2$

الحل

$$u_1 = 3(1)^2 = 3$$

$$u_2 = 3(2)^2 = 12$$

$$u_3 = 3(3)^2 = 27$$

$$u_4 = 3(4)^2 = 48$$

الأزواج المرتبة:

$$\{(1, 3), (2, 12), (3, 27), (4, 48)\}$$

[5]  $u_n = \frac{1}{2n}$

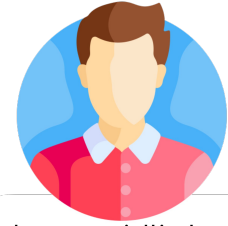
الحل

$$u_1 = \frac{1}{2(1)} = \frac{1}{2}$$

$$u_2 = \frac{1}{2(2)} = \frac{1}{4}$$

$$u_3 = \frac{1}{2(3)} = \frac{1}{6}$$

$$u_4 = \frac{1}{2(4)} = \frac{1}{8}$$



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m

$$\left\{ \left(1, \frac{1}{2}\right), \left(2, \frac{1}{4}\right), \left(3, \frac{1}{6}\right), \left(4, \frac{1}{8}\right) \right\}$$

الأزواج المرتبة

## المتتابعة الحسابية

تكتب المتتابعة بالشكل:  $\{u_1, u_2, u_3, u_4, \dots\}$

$$u_n = a + (n - 1)d$$

قانون الحد العام للمتتابعة الحسابية

[www.stadiraq.com](http://www.stadiraq.com)

موقع الاستاذ العراقي

$u_n$ : الحد الذي قيمته  $n$

$n$ : عدد الحدود

$a$ : الحد الأول

$d$ : الأساس

$$d = u_2 - u_1 = u_3 - u_2$$

الأساس  $d$  = الحد الثاني - الحد الأول  
أو الأساس  $d$  = الحد الثالث - الحد الثاني

لإيجاد المتتابعة الحسابية اذا علم حدها الأول  $a$  وأساسها  $d$  نستخدم:

$$a = u_1 \xrightarrow{+d} u_2 \xrightarrow{+d} u_3 \xrightarrow{+d} \dots \xrightarrow{+d} u_n$$

ملاحظة

الجزء الأول

الأسئلة الخاصة لكتابة المتتابعة الحسابية بمعرفة حدها الأول  $a$  وأساسها  $d$

السؤال 5

أكتب الحدود الخمسة الأولى لمتتابعة حسابية الحد الأول فيها (3) وأساسها (6) .

الحل

$$a = u_1 = 3, \quad d = 6$$

$$u_2 = 3 + 6 = 9$$

$$u_3 = 9 + 6 = 15$$

$$u_4 = 15 + 6 = 21$$

$$u_5 = 21 + 6 = 27$$

المتتابعة هي :  $\{3, 9, 15, 21, 27\}$

السؤال 6

أكتب الحدود الخمسة الأولى لمتتابعة حسابية الحد الأول فيها (1) وأساسها (-3) .

الحل

$$a = u_1 = 1, \quad d = -3$$

$$u_2 = 1 + (-3) = 1 - 3 = -2$$

$$u_3 = -2 + (-3) = -2 - 3 = -5$$

$$u_4 = -5 + (-3) = -5 - 3 = -8$$

$$u_5 = -8 + (-3) = -8 - 3 = -11$$

المتتابعة هي :  $\{1, -2, -5, -8, -11\}$

السؤال 8

أكتب الحدود الخمسة الأولى لمتتابعة حسابية الحد الأول فيها (-5) وأساسها (2) .

الحل

$$a = u_1 = -5, \quad d = 2$$

$$u_2 = -5 + 2 = -3$$

$$u_3 = -3 + 2 = -1$$

$$u_4 = -1 + 2 = 1$$

$$u_5 = 1 + 2 = 3$$

المتتابعة الحسابية :  $\{-5, -3, -1, 1, 3\}$



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m

السؤال 7

أكتب الحدود الخمسة الأولى لمتتابعة حسابية الحد الأول فيها (1) وأساسها (5) .

الحل

$$a = u_1 = 1, \quad d = 5$$

$$u_2 = u_1 + d = 1 + 5 = 6$$

$$u_3 = u_2 + d = 6 + 5 = 11$$

$$u_4 = u_3 + d = 11 + 5 = 16$$

$$u_5 = u_4 + d = 16 + 5 = 21$$

المتتابعة الحسابية :  $\{1, 6, 11, 16, 21\}$



www.stadiraq.com

موقع الاستاذ العراقي



أكتب الحدود الخمسة الأولى لمتتابعة حسابية الحد الأول فيها  $(-3)$  وأساسها  $(-4)$  .

الحل

$$a = u_1 = -3, \quad d = -4$$

$$u_2 = -3 + (-4) = -3 - 4 = -7$$

$$u_3 = -7 + (-4) = -7 - 4 = -11$$

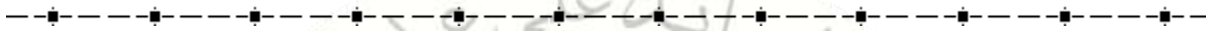
$$u_4 = -11 + (-4) = -11 - 4 = -15$$

$$u_5 = -15 + (-4) = -15 - 4 = -19$$



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m

المتتابعة الحسابية :  $\{-3, -7, -11, -15, -19\}$



الجزء الثاني

الأسئلة الخاصة لكتابة المتتابعة الحسابية بمعرفة قيمة حدها  $u_n$  وأساسها  $d$  لإيجاد قيمة  $a$

\* إذا اعطى بالسؤال الحد السابع  $25 = u_7$  يكتب بالشكل  $u_7 = 25, n = 7$

\* إذا اعطى بالسؤال الحد الثالث  $-8 = u_3$  يكتب بالشكل  $u_3 = -8, n = 3$

أكتب الحدود الخمسة الأولى لمتتابعة حسابية التي حدها السابع  $(36)$  وأساسها  $(4)$  .

الحل

$$u_7 = 36, \quad n = 7, \quad d = 4, \quad a = ?$$

$$u_n = a + (n - 1)d$$

القانون

$$36 = a + (7 - 1)(4)$$

$$36 = a + 24$$

$$a = 36 - 24 \Rightarrow a = 12$$

المتتابعة هي :  $\{12, 16, 20, 24, 28\}$

الجزء الثالث

الأسئلة الخاصة لإيجاد الحدود بين  $u_n$  ,  $u_m$

السؤال 11

متتابعة حسابية حدها الثالث (8) و  $d = -3$   
جد الحدود بين  $u_7, u_{11}$

الحل

$$u_3 = 8, n = 3, d = -3, a = ?$$

القانون  $u_n = a + (n - 1)d$

$$8 = a + (3 - 1)(-3)$$

$$8 = a - 6$$

$$a = 8 + 6 \Rightarrow a = 14$$

$$u_8 = 14 + (8 - 1)(-3)$$

$$= 14 - 21 = -7$$

$$u_9 = 14 + (9 - 1)(-3)$$

$$= 14 - 24 = -10$$

$$u_{10} = 14 + (10 - 1)(-3)$$

$$= 14 - 27 = -13$$

الحدود هي:  $\{-7, -10, -13\}$

السؤال 12

جد الحدود بين  $u_8$  و  $u_{12}$  لمتتابعة حسابية حدها الثالث (9) و  $d = -2$

الحل

$$u_3 = 9, n = 3, d = -2, a = ?$$

القانون  $u_n = a + (n - 1)d$

$$9 = a + (3 - 1)(-2)$$

$$9 = a - 4$$

$$a = 9 + 4 \Rightarrow a = 13$$

$$u_9 = 13 + (9 - 1)(-2)$$

$$= 13 - 16 = -3$$

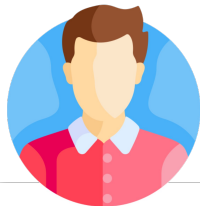
$$u_{10} = 13 + (10 - 1)(-2)$$

$$= 13 - 18 = -5$$

$$u_{11} = 13 + (11 - 1)(-2)$$

$$= 13 - 20 = -7$$

الحدود هي  $\{-3, -5, -7\}$



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m

[www.stadiraq.com](http://www.stadiraq.com)

موقع الاستاذ العراقي





جد الحدود بين  $u_6$  و  $u_{10}$  لمتتابة حسابية حدها السادس  $(-11)$  و  $d = -3$

13

السؤال

الحل

$$u_6 = -11, \quad n = 6, \quad d = -3, \quad a = ?$$

$$u_n = a + (n - 1)d \quad \text{القانون}$$

$$-11 = a + (6 - 1)(-3)$$

$$-11 = a - 15$$

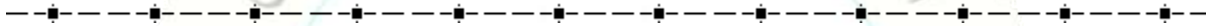
$$a = -11 + 15 \Rightarrow a = 4$$

$$u_7 = 4 + (7 - 1)(-3) = 4 - 18 = -14$$

$$u_8 = 4 + (8 - 1)(-3) = 4 - 21 = -17$$

$$u_9 = 4 + (9 - 1)(-3) = 4 - 24 = -20$$

الحدود هي :  $\{-14, -17, -20\}$



نوع المتتابة

الجزء الرابع

المتتابة ثلاثة أنواع هي:

① تكون المتتابة متزايدة اذا كانت :  $d > 0$  (موجبة)

② تكون المتتابة متناقصة اذا كانت :  $d < 0$  (سالبة)

③ تكون المتتابة ثابتة اذا كانت :  $d = 0$

[www.stadiraq.com](http://www.stadiraq.com)  
موقع الاستاذ العراقي



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m



السؤال 14

جد الحد العشرين من المتتابعة الحسابية  
{6, 1, -4, -9, ... ..} وحدد ما اذا كانت المتتابعة  
متناقصة أم متزايدة ؟

الحل

$$u_1 \quad u_2 \\ \{6, 1, -4, -9, \dots\}$$

$$a = 6, \quad d = 1 - 6 = -5$$

$$u_{20} = ? \quad n = 20$$

$$u_n = a + (n - 1)d \quad \text{القانون}$$

$$u_{20} = 6 + (20 - 1)(-5)$$

$$= 6 + (19)(-5)$$

$$= 6 - 95 = -89$$

المتتابعة متناقصة لأن :  $d < 0$  ( سالبة )

السؤال 15

اكتب الحد الثالث والعشرين من المتتابعة الحسابية  
 $\{3, -1, -5, -9, \dots\}$   
 $u_1 \quad u_2$

الحل

$$u_{23} = ? \quad , \quad n = 23 \quad , \quad a = 3$$

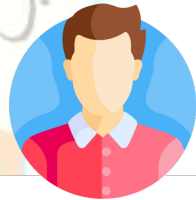
$$d = -1 - 3 = -4$$

$$u_n = a + (n - 1)d \quad \text{القانون}$$

$$u_{23} = 3 + (23 - 1)(-4)$$

$$= 3 + (22)(-4)$$

$$= 3 - 88 = -85$$



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m

مسائل حياتية

السؤال 16

رياضة الجري: في احدى مسابقات الجري سجلت أوقات الفئز الأول وفقا للجدول الآتي:

5	4	3	2	1	المسافة بالمت
15.92	12.72	9.52	6.32	3.12	الوقت بالدقيقة والثانية

اكتب مجموعة الأزواج المرتبة من الجدول. هل يمثل الجدول نمطا؟ هل يمثل متتابعة؟ علل اجابتك.

الحل

الأزواج المرتبة  $\{(1, 3.12), (2, 6.32), (3, 9.52), (4, 12.72), (5, 15.92)\}$

نعم يمثل نمطا لأن كل مسافة ناتجة من مقدار ثابت.

العلاقة تمثل متتابعة حسابية حدها الأول 3.12 وأساسها  $d = 6.32 - 3.12 = 3.20$

المتتابعة هي :  $\{3.12, 6.32, 9.52, 12.72, 15.92\}$



جد قيمة  $x$  التي تجعل الحدود الثلاثة الأولى للمتتابعات الحسابية كما يأتي :

فكر

$$\{ \underset{u_1}{2x}, \underset{u_2}{x+1}, \underset{u_3}{3x+11}, \dots \dots \dots \}$$

الحل

قانون الأساس  $d = u_2 - u_1 = u_3 - u_2$

$$(x+1) - (2x) = (3x+11) - (x+1)$$

$$x+1-2x = 3x+11-x-1$$

$$-x+1 = 2x+10$$

$$2x+x = 1-10$$

$$3x = -9 \} \div 3 \Rightarrow x = -3$$



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m

## المتباينات المركبة

## الدرس 4

[www.stadiraq.com](http://www.stadiraq.com)  
موقع الاستاذ العراقي

### طريقة حل المتباينة المركبة:

- 1) التخلص من الكسور والأقواس أن وجدت.
- 2) وضع المتغير في الوسط.
- 3) إذا كان هناك عدد مع المتغير تفصل بينهما عملية الجمع أو الطرح فنقوم بنقل العدد الى طرفي المتباينة مع تغير الإشارة.
- 4) إذا كان المتغير يحتوي على معامل فنقوم بقسمة أطراف المتباينة على معامل المتغير.
- 5) نجد مجموعة حل المتباينة المركبة.

ملاحظة

■ عند ضرب أو قسمة أطراف المتباينة المركبة على عدد سالب فإن الترتيب يتغير (تقلب رموز المتباينة).

■ إذا كانت المتباينة المركبة تحتوي على رمز  $\leq$  أو  $\geq$  فإن التمثيل على خط الأعداد يكون بفجوة ممتلئة بالصورة (●) أي أن العدد داخل ضمن الفترة. أما إذا كانت المتباينة المركبة تحتوي على الرمز  $<$  أو  $>$  فإن التمثيل على خط الأعداد يكون بفجوة فارغة بالصورة (○) أي أن العدد غير داخل ضمن الفترة.



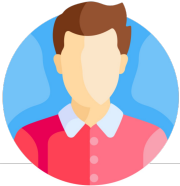
## المتباينات المركبة التي تتضمن ( و )

مجموعة الحل عبارة عن مجموعة تقاطع حل المتباينتين ويمكن ايجاده بطريقتين:

**الطريقة الأولى:** بيانيا بتمثيل حل المتباينتين على مستقيم الأعداد ثم تحديد منطقة التقاطع .

**الطريقة الثانية:** جبريا وذلك بإيجاد مجموعة الحل لكل متباينة ثم أخذ مجموعة التقاطع لهما ( $S = S_1 \cap S_2$ )

**ملاحظة:** تحتوي المتباينة على الرمز  $\geq, \leq, >, <$



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m



حل المتباينات المركبة التي تتضمن ( و ) جبريا ومثل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد :

1

السؤال

[1]  $-3 \leq 3x + 2 < 9$

الحل

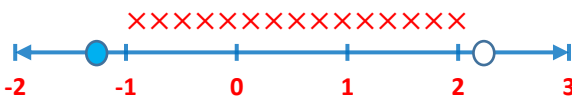
$$-3 \leq 3x + 2 < 9$$

$$-3 - 2 \leq 3x < 9 - 2$$

$$-5 \leq 3x < 7 \} \div 3$$

$$\frac{-5}{3} \leq x < \frac{7}{3}$$

$$S = \left\{ x : \frac{-5}{3} \leq x < \frac{7}{3} \right\}$$



[2]  $-9 < 2x - 1 \leq 3$

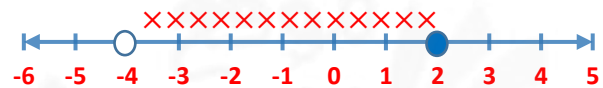
الحل

$$-9 + 1 < 2x \leq 3 + 1$$

$$-8 < 2x < 4 \} \div 2$$

$$-4 < x \leq 2$$

$$S = \{x : -4 < x \leq 2\}$$



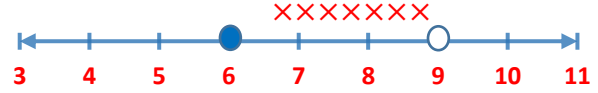
$x + 6 \geq 12$  و  $x + 6 < 15$  [3]

الحل

$x \geq 12 - 6$  و  $x < 15 - 6$

$x \geq 6$  و  $x < 9$

$S = \{x : x \geq 6\} \cap \{x : x < 9\}$



2

السؤال

تقاس درجات حرارة الجو خلال اليوم الواحد بدرجة الحرارة السيليزية الصغرى والكبرى لكونها متغيرة من وقت لآخر. فإذا كانت درجة الحرارة السيليزية الصغرى في مدينة بغداد في شهر كانون الأول  $8^{\circ}\text{C}$  ودرجة الحرارة السيليزية الكبرى  $15^{\circ}\text{C}$ . اكتب متباينة تمثل درجة الحرارة في بغداد وجد حلها

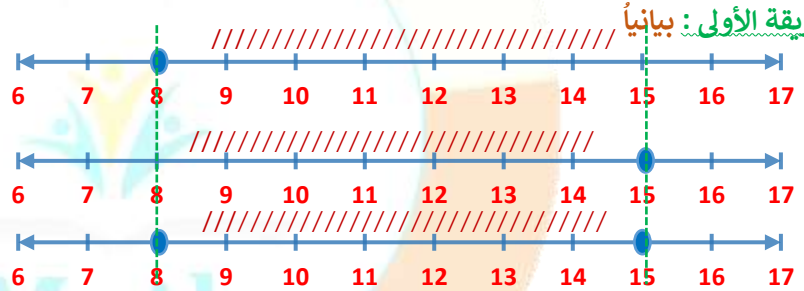
الحل

درجة الحرارة (الصغرى) لا تقل عن  $8^{\circ}$  :  $(x \geq 8^{\circ})$  ، درجة الحرارة (الكبرى) لا تزيد عن  $15^{\circ}$  :  $(x \leq 15^{\circ})$

$x \geq 8$

$x \leq 15$

$8 \leq x \leq 15$



الطريقة الأولى: بيانياً

$8 \leq x \leq 15 \iff x \geq 8 \text{ و } x \leq 15$

$S = S_1 \cap S_2 = \{x : x \geq 8\} \cap \{x : x \leq 15\}$



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m

www.stadiraq.com

موقع الاستاذ العراقي





حل المتباينات المركبة التي تتضمن (و) بيانياً:

3

السؤال

الحل

[1]  $-4 \leq y - 1 < 3$

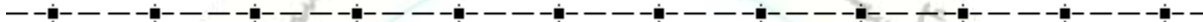
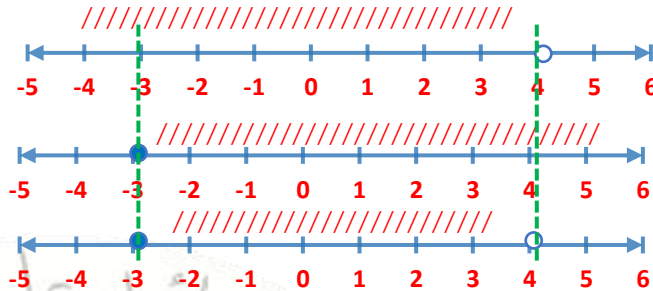
$-4 + 1 \leq y < 3 + 1$

$-3 \leq y < 4$

$y < 4$

$y \geq -3$

$-3 \leq y < 4$



[2]  $-4 \leq z + 2 \leq 8$

$-4 - 2 \leq z < 8 - 2$

$-6 \leq z < 6$

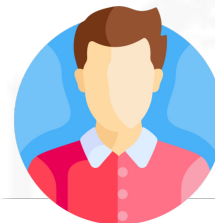
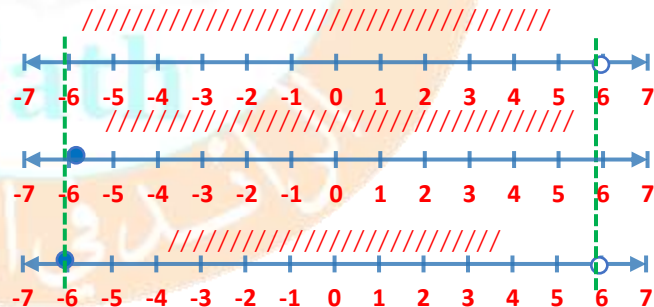
$z < 6$

$z \geq -6$

$-6 \leq z < 6$

[www.stadiraq.com](http://www.stadiraq.com)  
موقع الأستاذ العراقي

الحل



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m



## المتباينات المركبة التي تتضمن (أو)

طريقة حل المتباينة هي نفس طريقة حل المتباينة المركبة التي تتضمن أداة الربط (و) لكن بدل ان نأخذ مجموعة تقاطع الجزئين نأخذ مجموعة اتحاد الجزئين  $S = S_1 \cup S_2$



حل المتباينة التي تتضمن (أو) جبريا ومثل الحل على مستقيم الأعداد:

السؤال 4

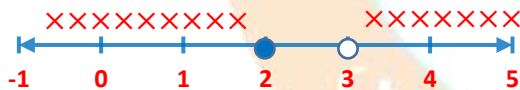
[1]  $y - 3 \leq -1$  أو  $y + 3 > 6$

الحل

$$y \leq -1 + 3 \text{ أو } y > 6 - 3$$

$$y \leq 2 \text{ أو } y > 3$$

$$S = \{y : y \leq 2\} \cup \{y : y > 3\}$$



[2]  $x + 15 \geq 30$  أو  $x + 15 < 22$

الحل

$$x \geq 30 - 15 \text{ أو } x < 22 - 15$$

$$x \geq 15 \text{ أو } x < 7$$

$$S = \{x : x \geq 15\} \cup \{x : x < 7\}$$



[3]  $3n - 7 > -5$  أو  $3n - 7 \leq -9$

الحل

$$3n > -5 + 7 \text{ أو } 3n \leq -9 + 7$$

$$3n > 2 \text{ أو } 3n \leq -2 \} \div 3$$

$$n > \frac{2}{3} \text{ أو } n \leq \frac{-2}{3}$$

$$S = S_1 \cup S_2 = \left\{n : n > \frac{2}{3}\right\} \cup \left\{n : n \leq \frac{-2}{3}\right\}$$



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m

[www.stadiraq.com](http://www.stadiraq.com)

موقع الاستاذ العراقي

$$[4] \left\{ \frac{2v+1}{3} > \frac{5}{3} \text{ أو } \frac{2v+1}{3} < \frac{1}{3} \right\} \times 3$$

$$\frac{2v+1}{3} \times 3 > \frac{5}{3} \times 3 \text{ أو } \frac{2v+1}{3} \times 3 < \frac{1}{3} \times 3$$

$$2v+1 > 5 \text{ أو } 2v+1 < 1$$

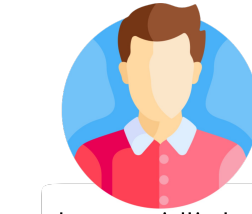
$$2v > 5-1 \text{ أو } 2v < 1-1$$

$$2v > 4 \text{ أو } 2v < 0$$

$$2v > 4 \text{ أو } 2v < 0 \} \div 2$$

$$v > 2 \text{ أو } v < 0$$

$$S = \{v : v > 2\} \cup \{v : v < 0\}$$



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m

الحل



حل المتباينة المركبة  $x+3 > 2$  أو  $x+3 \leq -2$  بيانياً وجبرياً.

السؤال 5

الطريقة الأولى: بيانياً

$$x+3 > 2 \Rightarrow x > 2-3$$

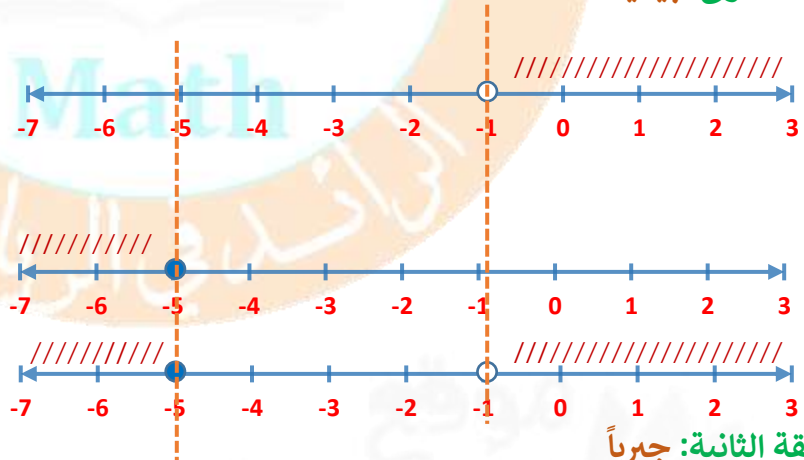
$$x > -1$$

$$x+3 \leq -2$$

$$x \leq -2-3$$

$$x \leq -5$$

$$x \leq -5 \text{ أو } x > -1$$



الطريقة الثانية: جبرياً

$$x+3 \leq -2 \text{ أو } x+3 > 2$$

$$x \leq -2-3 \text{ أو } x > 2-3$$

$$x \leq -5 \text{ أو } x > -1$$

$$S = \{x : x > -1\} \cup \{x : x \leq -5\}$$

www.stadiraq.com

موقع الاستاذ العراقي



[1]  $8y \geq 64$  أو  $8y \leq 32$  }  $\div 8$

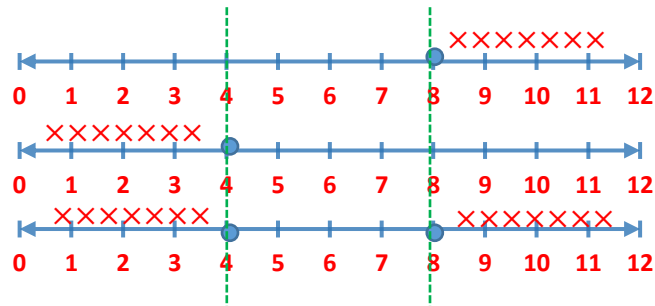
$8y \geq 64$  }  $\div 8$

$y \geq 8$

$8y \leq 32$  }  $\div 8$

$y \leq 4$

$y \geq 8$  أو  $y \leq 4$



الحل

[2]  $\frac{2Z}{3} < \frac{2}{3}$  أو  $\frac{2Z}{3} \geq \frac{8}{9}$

$\frac{2Z}{3} < \frac{2}{3}$  }  $\times 3$

$2Z < 2$  }  $\div 2$

$Z < 1$

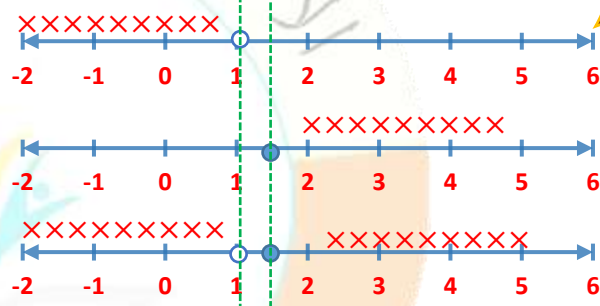
$\frac{2Z}{3} \geq \frac{8}{9}$  }  $\times 9$

$6Z \geq 8$  }  $\div 6$

$Z \geq \frac{4}{3}$

$Z \geq \frac{4}{3}$

$Z < 1$  أو  $Z \geq \frac{4}{3}$



الحل



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m

مسائل حياتية

السؤال 7

**صوت:** أذن الإنسان يمين أن تسمع الأصوات التي لا يقل ترددها عن 20 هيرتز ولا يزيد عن 20000 هيرتز. اكتب المتباينة المركبة تمثل الترددات التي لا تسمعها أذن الإنسان ومثل مجموعة الحل على مستقيم الاعداد .

الحل

نفرض التردد  $x$

الترددات التي تسمعها أذن الإنسان هي أكبر أو يساوي 20 وأصغر أو يساوي 20000 تكتب  $20 \leq x \leq 20000$   
الترددات التي لا تسمعها أذن الإنسان هي أصغر من 20 وأكبر من 20000 وتكتب :

$$x < 20 \text{ أو } x > 20000$$

$$x < 20$$

$$x > 20000$$

$$x < 20 \text{ أو } x > 20000$$



المتباينات المثلثية

في كل مثلث مجموع طول ضلعين من أضلاعه يكون أكبر من طول الضلع الثالث . اذا كانت اطوال اضلاع المثلث  $(A, B, C)$  فيجب أن تكون المتباينات الثلاث صحيحة :

$$A + B > C , A + C > B , B + C > A$$

هل يمكن رسم مثلث أطوال أضلاعه كما يأتي:

السؤال 8

[1] 2cm , 10cm , 13cm

[2] 5cm , 4cm , 9cm

الحل

$$2 + 10 \ngtr 13 \Rightarrow 12 \ngtr 13$$

خاطئة

$$2 + 13 > 10 \Rightarrow 15 > 10$$

صحيحة

$$10 + 13 > 2 \Rightarrow 23 > 2$$

صحيحة

لا يمكن رسم مثلث .

الحل

$$5 + 4 \ngtr 9 \Rightarrow 9 \ngtr 9$$

خاطئة

$$5 + 9 > 4 \Rightarrow 14 > 4$$

صحيحة

$$4 + 9 > 5 \Rightarrow 13 > 5$$

صحيحة

لا يمكن رسم مثلث.





[3]  $1\text{cm}$  ,  $\sqrt{2}\text{cm}$  ,  $\sqrt{2}\text{cm}$

الحل

$1 + \sqrt{2} > \sqrt{2}$  صحيحة

$\sqrt{2} + \sqrt{2} > 1 \Rightarrow 2\sqrt{2} > 1$  صحيحة

$\sqrt{2} + 1 > \sqrt{2}$  صحيحة

$\sqrt{2} = 1.4$

يمكن رسم مثلث.

[4]  $3\text{cm}$  ,  $4\text{cm}$  ,  $2\sqrt{3}\text{cm}$

الحل

$3 + 4 > 2\sqrt{3} \Rightarrow 7 > \sqrt{3}$  صحيحة

$3 + 2\sqrt{3} > 4$  صحيحة

$4 + 2\sqrt{3} > 3$  صحيحة

$\sqrt{3} = 1.7$

يمكن رسم مثلث.

السؤال 9

أكتب متباينة مركبة تبين مدى طول الضلع الثالث في كل مثلث إذا كان طولاه ضلعي المثلث معلومين:

$10\text{cm}$  ,  $8\text{cm}$

الحل

نفرض طول الضلع الثالث =  $x$

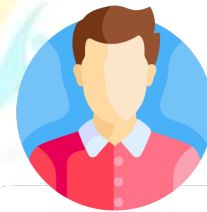
$10\text{cm}$  ,  $8\text{cm}$  ,  $x\text{cm}$

$10 + 8 > x \Rightarrow 18 > x$

$10 + x > 8 \Rightarrow x > 8 - 10 \Rightarrow x > -2$

$8 + x > 10 \Rightarrow x > 10 - 8 \Rightarrow x > 2$  لا تعطي معلومات مفيدة (تُهمل)

المتباينة المركبة هي :  $2 < x < 18$



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m



[www.stadiraq.com](http://www.stadiraq.com)

موقع الاستاذ العراقي



أكتب متباينة مركبة تبين مدى طول الضلع الثالث في كل مثلث:

$$7 \text{ cm} , 12 \text{ cm} , x \text{ cm}$$

الحل

$$7 + 12 > x \Rightarrow 19 > x$$

$$12 + x > 7 \Rightarrow x > 7 - 12 \Rightarrow x > -5 \quad \text{لا تعطي معلومات مفيدة (تهمل)}$$

$$7 + x > 12 \Rightarrow x > 12 - 7 \Rightarrow x > 5$$

المتباينة المركبة هي :  $5 < x < 19$

## متباينات القيمة المطلقة

## الدرس 5

متباينات القيمة المطلقة التي على الصورة  $|g(x)| < a$  ,  $|g(x)| \leq a$  حيث  $a \in \mathbb{R}$

متباينة القيمة المطلقة بعلاقة أصغر من (أصغر من أو يساوي) تمثل متباينة مركبة تتضمن (و). بصورة عامة:

$$|g(x)| \leq a \Rightarrow -a \leq g(x) \leq a , a > 0$$

$$|g(x)| < a \Rightarrow -a < g(x) < a , a > 0$$

لحل متباينات القيمة المطلقة نتبع ما يأتي:

- [1] نجعل القيمة المطلقة في طرف ولإعداد في طرف آخر.
- [2] نجمع أو نطرح الحدود المتشابهة ((الإعداد)).
- [3] نقسم طرفي المتباينة على معامل القيمة المطلقة.
- [4] نستخدم الملاحظات السابقة في حل المتباينات .

ملاحظة



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m

حل متباينات القيمة المطلقة ومثل الحل على مستقيم الأعداد:

1

السؤال

[1]  $|x + 6| < 3$

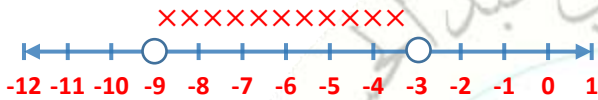
الحل

$$-3 < x + 6 < 3$$

$$-3 - 6 < x < 3 - 6$$

$$-9 < x < -3$$

$$S = \{x : -9 < x < -3\}$$



[3]  $|x + 1| < 5$

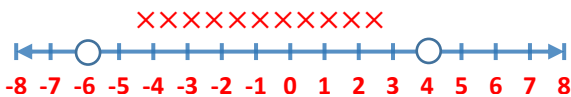
الحل

$$-5 < x + 1 < 5$$

$$-5 - 1 < x < 5 - 1$$

$$-6 < x < 4$$

$$S = \{x : -6 < x < 4\}$$



[2]  $|y| - 5 \leq 1$

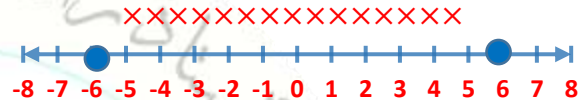
الحل

$$|y| \leq 1 + 5$$

$$|y| \leq 6$$

$$-6 \leq y \leq 6$$

$$S = \{y : -6 \leq y \leq 6\}$$



[4]  $|3Z - 7| \leq 2$

الحل

$$-2 \leq 3Z - 7 \leq 2$$

$$-2 + 7 \leq 3Z \leq 2 + 7$$

$$5 \leq 3Z \leq 9 \} \div 3$$

$$\frac{5}{3} \leq Z \leq 3$$

$$S = \left\{Z : \frac{5}{3} \leq Z \leq 3\right\}$$



[4]  $|x| + 8 < 9$

الحل

$$|x| < 9 - 8$$

$$|x| < 1$$

$$-1 < x < 1$$

$$S = \{x : -1 < x < 1\}$$



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m



[6]  $|5 - x| < 10$

الحل

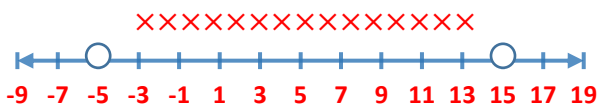
$$-10 < 5 - x < 10$$

$$-10 - 5 < -x < 10 - 5$$

$$-15 < -x < 5 \quad ] \times (-1)$$

$$15 > x > -5$$

$$S = \{x : 15 > x > -5\}$$



[5]  $|5y| - 2 \leq 8$

الحل

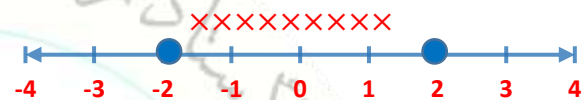
$$|5y| \leq 8 + 2$$

$$|5y| \leq 10$$

$$-10 \leq 5y \leq 10 \quad \} \div 5$$

$$-2 \leq y \leq 2$$

$$S = \{y : -2 \leq y \leq 2\}$$



[7]  $\left| \frac{x - 12}{4} \right| \leq 9$

الحل

$$-9 \leq \frac{x - 12}{4} \leq 9 \quad \} \times 4$$

$$-9(4) \leq \frac{x - 12}{4} \times 4 \leq 9(4)$$

$$-36 \leq x - 12 \leq 36$$

$$-36 + 12 \leq x \leq 36 + 12$$

$$-24 \leq x \leq 48$$

$$S = \{x : -24 \leq x \leq 48\}$$



جد مجموعة الحل لمتباينات القيمة المطلقة الآتية:

2

السؤال

[1]  $|2x - 5| + 3 < 11$

الحل

$$|2x - 5| < 11 - 3$$

$$|2x - 5| < 8$$

$$-8 < 2x - 5 < 8$$

$$-8 + 5 < 2x < 8 + 5$$

$$-3 < 2x < 13 \} \div 2$$

$$\frac{-3}{2} < x < \frac{13}{2}$$

$$S = \left\{ x : \frac{-3}{2} < x < \frac{13}{2} \right\}$$

[2]  $|7 - y| < 8$

الحل

$$-8 < 7 - y < 8$$

$$-8 - 7 < -y < 8 - 7$$

$$-15 < -y < 1 \} \times (-1)$$

$$15 > y > -1$$

$$S = \{ y : 15 > y > -1 \}$$

تعد درجة الحرارة المثلى داخل الشقق  $22^\circ$  سيليزية بزيادة أو نقصان لا يتجاوز  $2^\circ$  سيليزية .  
اكتب متباينة القيمة المطلقة

3

السؤال

الحل

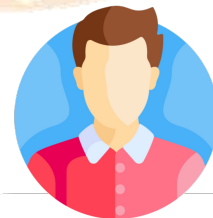
نفرض درجة الحرارة  $x$

المتباينة المركبة تكون بالصورة:

$$x \leq 22 + 2 \text{ و } x \geq 22 - 2$$

$$x - 22 \leq 2 \text{ و } x - 22 \geq -2$$

$$|x - 22| \leq 2$$



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m

www.stadiraq.com

موقع الاستاذ العراقي





4

السؤال

فندق بابل من الفنادق السياحية في العاصمة بغداد ويقع في منطقة الكرادة. درجة حرارة الماء المثالية في حوض السباحة 25 درجة سيليزية تزداد أو تنقص بمقدار درجة واحدة . اكتب متباينة القيمة المطلقة التي تمثل درجة حرارة الماء في الحوض ومثله بيانياً.

الحل

نفرض درجة حرارة الماء هي  $x$  درجة سيليزية .

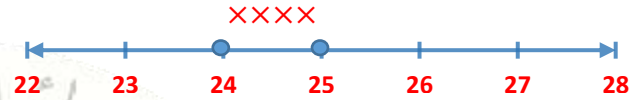
$$x \leq 25 + 1 \text{ و } x \geq 25 - 1$$

$$x - 25 \leq 1 \text{ و } x - 25 \geq -1$$

$$|x - 25| \leq 1$$



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m



متباينات القيمة المطلقة التي على الصورة  $|g(x)| \geq a$  ,  $|g(x)| > a$  حيث  $a \in \mathbb{R}$

متباينة القيمة المطلقة بعلاقة أكبر من ( أكبر من أو يساوي ) هي متباينة مركبة تتضمن (أو). بصورة عامة:

$$|g(x)| \geq a \Leftrightarrow g(x) \geq a \text{ أو } g(x) \leq -a, a > 0$$

$$|g(x)| > a \Leftrightarrow g(x) > a \text{ أو } g(x) < -a, a > 0$$

حل متباينات القيمة المطلقة ومثل الحل على مستقيم الأعداد:

5

السؤال

[1]  $|x + 4| > 2$

$$x + 4 > 2 \text{ أو } x + 4 < -2$$

$$x > 2 - 4 \text{ أو } x < -2 - 4$$

$$x > -2 \text{ أو } x < -6$$

$$S = \{x : x > -2\} \cup \{x : x < -6\}$$



[www.stadiraq.com](http://www.stadiraq.com)

موقع الاستاذ العراقي

[2]  $|x + 4| > 6$

$$x + 4 > 6 \text{ أو } x + 4 < -6$$

$$x > 6 - 4 \text{ أو } x < -6 - 4$$

$$x > 2 \text{ أو } x < -10$$

$$S = \{x : x > 2\} \cup \{x : x < -10\}$$





[3]  $|5y - 1| \geq 4$

الحل

$$5y - 1 \geq 4 \quad \text{أو} \quad 5y - 1 \leq -4$$

$$5y \geq 4 + 1 \quad \text{أو} \quad 5y \leq -4 + 1$$

$$5y \geq 5 \quad \text{أو} \quad 5y \leq -3 \quad \} \div 5$$

$$y \geq 1 \quad \text{أو} \quad y \leq -\frac{3}{5}$$

$$S = \{y : y \geq 1\} \cup \{y : y \leq -\frac{3}{5}\}$$



[5]  $|2x| + 7 \geq 8$

الحل

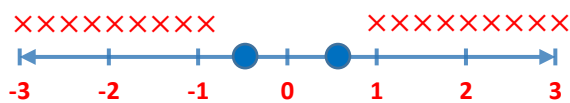
$$|2x| \geq 8 - 7$$

$$|2x| \geq 1$$

$$2x \geq 1 \quad \text{أو} \quad 2x \leq -1 \quad \} \div 2$$

$$x \geq \frac{1}{2} \quad \text{أو} \quad x \leq -\frac{1}{2}$$

$$S = \{x : x \geq \frac{1}{2}\} \cup \{x : x \leq -\frac{1}{2}\}$$



[4]  $|5Z - 9| > 1$

الحل

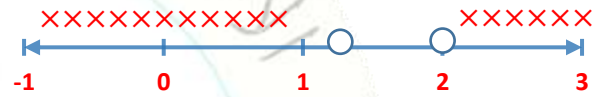
$$5Z - 9 > 1 \quad \text{أو} \quad 5Z - 9 < -1$$

$$5Z > 1 + 9 \quad \text{أو} \quad 5Z < -1 + 9$$

$$5Z > 10 \quad \text{أو} \quad 5Z < 8 \quad \} \div 5$$

$$Z > 2 \quad \text{أو} \quad Z < \frac{8}{5}$$

$$S = \{Z : Z > 2\} \cup \{Z : Z < \frac{8}{5}\}$$



[6]  $|4y| - 2 > 3$

الحل

$$|4y| > 3 + 2$$

$$|4y| > 5$$

$$4y > 5 \quad \text{أو} \quad 4y < -5 \quad \} \div 4$$

$$y > \frac{5}{4} \quad \text{أو} \quad y < -\frac{5}{4}$$

$$S = \{y : y > \frac{5}{4}\} \cup \{y : y < -\frac{5}{4}\}$$



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m

[7]  $|4Z - 14| > 2$

الحل

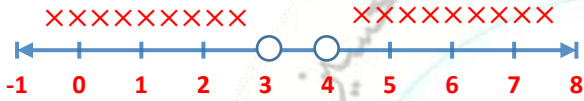
$4Z - 14 > 2$  أو  $4Z - 14 < -2$

$4Z > 2 + 14$  أو  $4Z < -2 + 14$

$4Z > 16$  أو  $4Z < 12$  }  $\div 4$

$Z > 4$  أو  $Z < 3$

$S = S_1 \cup S_2 = \{Z : Z > 4\} \cup \{Z : Z < 3\}$



[8]  $\left| \frac{6 - 2y}{4} \right| \geq 9$

الحل

$\frac{6 - 2y}{4} \geq 9$  أو  $\frac{6 - 2y}{4} \leq -9$  }  $\times 4$

$6 - 2y \geq 36$  أو  $6 - 2y \leq -36$

$-2y \geq 36 - 6$  أو  $-2y \leq -36 - 6$

$-2y \geq 30$  أو  $-2y \leq -42$  }  $\div (-2)$

$y \leq -15$  أو  $y \geq 21$

$S = \{y : y \leq -15\} \cup \{y : y \geq 21\}$



[9]  $\left| \frac{x - 12}{4} \right| \leq 9$

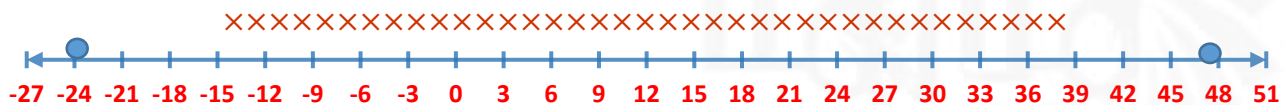
$-9 \leq \frac{x - 12}{4} \leq 9$  }  $\times 4$

$-36 \leq x - 12 \leq 36$

$-36 + 12 \leq x \leq 36 + 12$

$-24 \leq x \leq 48$

$S = \{x : -24 \leq x \leq 48\}$



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m

الحل

$$[1] \left| \frac{2t - 8}{4} \right| \geq 9$$

الحل

$$\frac{2t - 8}{4} \geq 9 \quad \text{أو} \quad \frac{2t - 8}{4} \leq -9 \quad \} \times 4$$

$$2t - 8 \geq 36 \quad \text{أو} \quad 2t - 8 \leq -36$$

$$2t \geq 36 + 8 \quad \text{أو} \quad 2t \leq -36 + 8$$

$$2t \geq 44 \quad \text{أو} \quad 2t \leq -28 \quad \} \div 2$$

$$t \geq 22 \quad \text{أو} \quad t \leq -14$$

$$S = \{t : t \geq 22\} \cup \{t : t \leq -14\}$$

$$[2] \left| \frac{5 - 3v}{2} \right| \geq 6$$

الحل

$$\frac{5 - 3v}{2} \geq 6 \quad \text{أو} \quad \frac{5 - 3v}{2} \leq -6 \quad \} \times 2$$

$$5 - 3v \geq 12 \quad \text{أو} \quad 5 - 3v \leq -12$$

$$-3v \geq 12 - 5 \quad \text{أو} \quad -3v \leq -12 - 5$$

$$-3v \geq 7 \quad \text{أو} \quad -3v \leq -17 \quad \} \div (-3)$$

$$v \leq -\frac{7}{3} \quad \text{أو} \quad v \geq \frac{17}{3}$$

$$S = \left\{v : v \leq -\frac{7}{3}\right\} \cup \left\{v : v \geq \frac{17}{3}\right\}$$

الزاوية القائمة تتحول الى زاوية حادة أو منفرجة إذا تحرك مؤشر الزاوية الى اليمين أو الى اليسار في الأقل درجة واحدة. اكتب متباينة القيمة المطلقة.

الحل

نفرض الزاوية = x

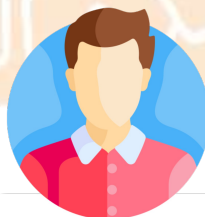
قياس الزاوية القائمة 90

المتباينة المركبة تكون بالصورة:

$$x \geq 90 + 1 \quad \text{أو} \quad x \leq 90 - 1$$

$$x - 90 \geq 1 \quad \text{أو} \quad x - 90 \leq -1$$

$$|x - 90| \geq 1$$



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m

في تحليلات دم الإنسان البالغ يعد المدى الطبيعي للبوتاسيوم هو  $(3.5 - 5.3) \text{ mol/L}$  . اكتب متباينة القيمة المطلقة التي تمثل المدى غير الطبيعي للبوتاسيوم في دم الإنسان.

الحل

نفرض البوتاسيوم  $x$

المتباينة التي تمثل كمية البوتاسيوم غير الطبيعية واقل من القيمة الدنيا للمعدل هي :  $x < 3.5$

المتباينة التي تمثل كمية البوتاسيوم غير الطبيعية واكثر من القيمة العليا للمعدل هي :  $x > 5.3$

المتباينة المركبة :  $x < 3.5$  أو  $x > 5.3$

نجد متباينة القيمة المطلقة التي تمثل المدى غير الطبيعي للبوتاسيوم

$$\frac{3.5+5.3}{2} = \frac{8.8}{2} = 4.4$$

نجد منتصف المسافة بين النقطتين :

نطرح نصف قطر المسافة من المتباينة:

$$x > 5.3 \text{ أو } x < 3.5$$

$$x - 4.4 > 5.3 - 4.4 \text{ أو } x - 4.4 < 3.5 - 4.4$$

$$x - 4.4 > 0.9 \text{ أو } x - 4.4 < -0.9$$

$$|x - 4.4| > 0.9$$



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m

### مسائل حياتية

**الغريز:** حيوان الغريز هو أحد أنواع الثدييات ينتمي الى شعبة الحبلليات ويمتلك قوائم قصيرة نوعا ما ويعيش في الحفر التي يحفرها في الأرض طول جسمه من الرأس الى الذيل يصل ما بين  $68\text{cm}$  ,  $76\text{cm}$  . اكتب مدى طول الغريز. (أكتب متباينة القيمة المطلقة)

الحل

نفرض طول الغريز  $x$

$$68 < x < 76$$

المتباينة

نجد معدل القيمتين أي أن :  $\frac{68+76}{2} = \frac{144}{2} = 72$  ثم نطرح (72) من جميع المتباينة :

$$68 < x < 76$$

$$68 - 72 < x - 72 < 76 - 72$$

$$-4 < x - 72 < 4 \Rightarrow |x - 72| < 4$$





فكر

الحل

i)  $\left| \frac{\sqrt{3}(x+1)}{\sqrt{2}} \right| \leq \sqrt{6}$

$$-\sqrt{6} \leq \frac{\sqrt{3}(x+1)}{\sqrt{2}} \leq \sqrt{6} \quad \} \times \sqrt{2}$$

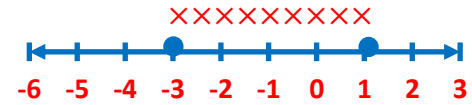
$$-\sqrt{12} \leq \sqrt{3}(x+1) \leq \sqrt{12}$$

$$-2\sqrt{3} \leq \sqrt{3}x + \sqrt{3} \leq 2\sqrt{3}$$

$$-2\sqrt{3} - \sqrt{3} \leq \sqrt{3}x \leq 2\sqrt{3} - \sqrt{3}$$

$$-3\sqrt{3} \leq \sqrt{3}x \leq \sqrt{3} \quad \} \div \sqrt{3}$$

$$-3 \leq x \leq 1 \quad \Rightarrow \quad S = \{x : -3 \leq x \leq 1\}$$



ii)  $\left| \frac{\sqrt{12} - \sqrt{3}y}{\sqrt{5}} \right| \geq \sqrt{15}$

$$\frac{\sqrt{12} - \sqrt{3}y}{\sqrt{5}} \geq \sqrt{15} \quad \text{أو} \quad \frac{\sqrt{12} - \sqrt{3}y}{\sqrt{5}} \leq -\sqrt{15} \quad \} \times \sqrt{5}$$

$$\sqrt{12} - \sqrt{3}y \geq \sqrt{75} \quad \text{أو} \quad \sqrt{12} - \sqrt{3}y \leq -\sqrt{75}$$

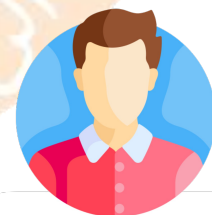
$$2\sqrt{3} - \sqrt{3}y \geq 5\sqrt{3} \quad \text{أو} \quad 2\sqrt{3} - \sqrt{3}y \leq -5\sqrt{3}$$

$$-\sqrt{3}y \geq 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \quad \text{أو} \quad -\sqrt{3}y \leq -5\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$$

$$-\sqrt{3}y \geq 3\sqrt{3} \quad \text{أو} \quad -\sqrt{3}y \leq -8\sqrt{3} \quad \} \div (-\sqrt{3})$$

$$y \leq -3 \quad \text{أو} \quad y \geq 8$$

$$S = \{y : y \leq -3\} \cup \{y : y \geq 8\}$$



استاذ ثالث متوسط  
@stad3m