

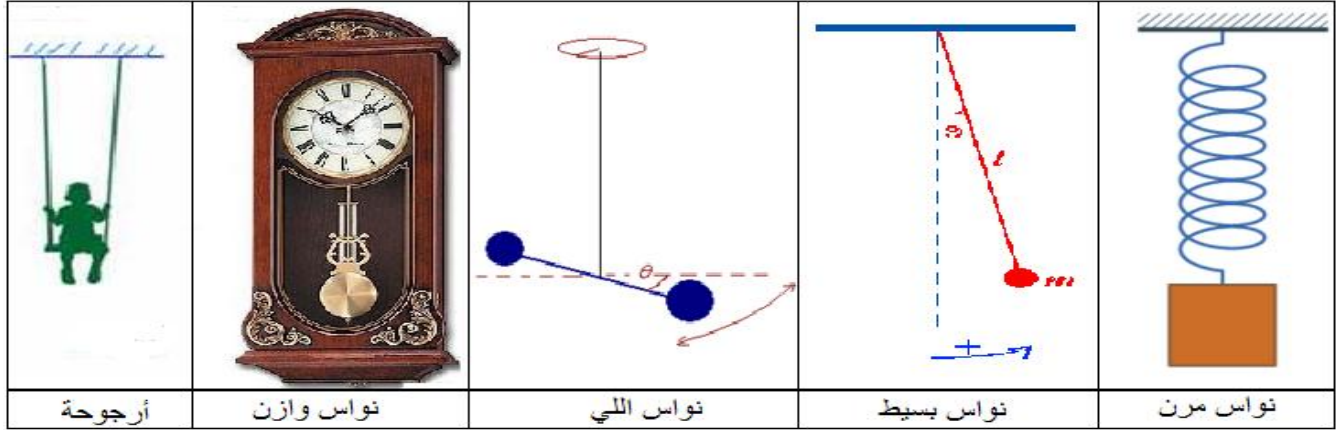
# مجموعات الميكانيكية المتذبذبة systemes mécaniques oscillants

## I - المجموعات المتذبذبة.

### 1 - تعريف:

يمكن لبعض الأجسام أن تنجز حركة ذهاب وإياب عندما نزيحها أو نديرها عن موضع توازنها المستقر ثم نحررها. نقول إن هذه الأجسام تكون متذبذبات ميكانيكية.

### 2 - أمثلة لبعض المتذبذبات الميكانيكية.



\* النواس المرن: يتكون من جسم صلب كتلته  $m$ ، مرتبط بأحد طرفي نابض ذي لفات غير متصلة، صلابته  $K$ ، وكتلته مهمة.

\* النواس البسيط: يتكون من جسم صلب ذو أبعاد صغيرة، كتلته  $m$ ، يتأرجح على مسافة ثابتة من محور أفقي ثابت.

\* نواس اللي: يتكون من سلك فلزي رأسي، أحد طرفيه مثبت، ومحوره ( $\Delta$ ) يمر من مركز قصور القضيبي المعلق في الطرف الآخر.

\* النواس الوازن: هو جسم صلب يمكنه أن يتذبذب حول محور ( $\Delta$ ) أفقي ثابت، ولا يمر بمركز قصوره.

### 3 - الحركة التذبذبية ومميزاتها.

#### أ - تعريف:

الحركة التذبذبية هي حركة ذهاب وإياب حول موضع معين، وهي حركة تميز المتذبذبات الميكانيكية. والحركة التذبذبية **الحرّة** هي الحركة التذبذبية التي ينجزها متذبذب ميكانيكي دون أن يكتسب طاقة ما من أي مجموعة خارجية بعد إحداث حركته.

#### ب - مميزات الحركة التذبذبية.

تتميز الحركة التذبذبية بما يلي:

- **موضع التوازن المستقر**: وهو الموضع الذي إذا زحزح عنه المتذبذب يعود إليه ليستقر فيه.

- **وسع الحركة**: هو نصف المسافة أو الزاوية القصوى، التي يقطعها مركز قصور الجسم المتذبذب، حول موضع توازنه، خلال ذبذبة واحدة.

- **دور الحركة (الدور الخاص)**: هو المدة الزمنية اللازمة لإنجاز ذبذبة واحدة. نرسم له  $T_0$  ونعبر عنه بالثانية  $s$ .

#### 4 - خمود التذبذبات

نزيح إما، نواسا مرنا (أو نواسا وازنا أو نواس اللي)، عن موضع التوازن المستقر، ثم نحرر المجموعة، نلاحظ أن وسع التذبذبات يتناقص إلى أن يتوقف المتذبذب عن الحركة. تسمى هذه الظاهرة **ظاهرة الخمود**.

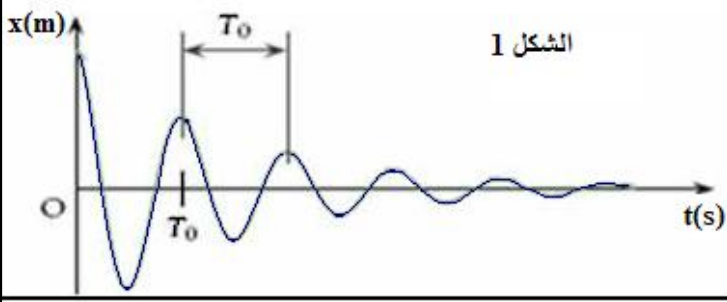
تحدث ظاهرة الخمود بسبب الاحتكاكات التي يمكن تصنيفها إلى:

- **احتكاكات مائعة**: تحدث عند تماس المتذبذب مع جسم مائع كالهواء والماء؛

- **احتكاكات صلبة**: تحدث عند تماس المتذبذب مع جسم صلب.

### ❖ حالة الخمود الضعيف

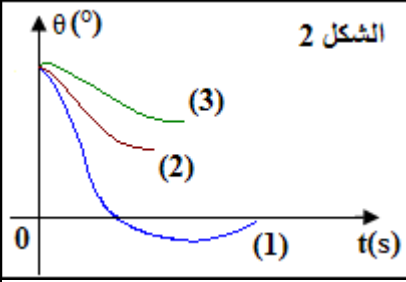
يتناقص وسع المتذبذب تدريجيا إلى أن يستقر في موضع توازنه المستقر. وبذلك تكون **حركة المتذبذب شبه دورية**، ودورها  $T$  يقارب الدور الخاص  $T_0$  للمتذبذب. (عموما  $T > T_0$ ).



### ❖ حالة الخمود الحاد

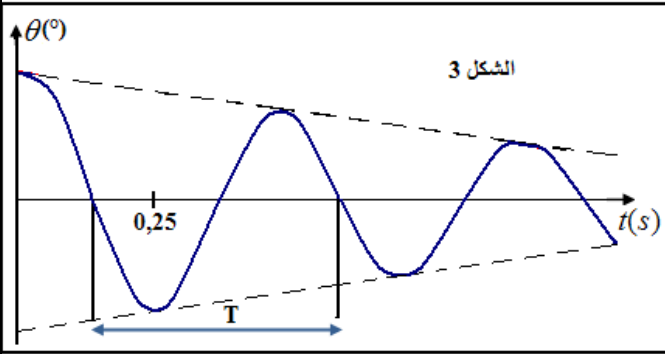
في هذه الحالة، تكون حركة المتذبذب غير دورية: نقول إنها **لا دورية**. وحسب أهمية الخمود، نحصل على الحالات التالية:

- النظام تحت الحرج: ينجز المتذبذب ذبذبة واحدة قبل توقفه ( المنحنى 1 )؛
- النظام الحرج: يرجع المتذبذب إلى موضع توازنه بعد إزاحته وبدون تذبذب (المنحنى 2)؛
- النظام فوق الحرج: يستغرق المتذبذب وقتا طويلا للوصول إلى موضع توازنه وبدون تذبذب.



### ب - الخمود بالاحتكاكات الصلبة

في هذه الحالة يتناقص وسع الحركة بكيفية خطية، وتكون التذبذبات شبه دورية، وتتميز بشبه الدور  $T$  يساوي الدور الخاص  $T_0$ .



## II - المجموعة المتذبذبة ( جسم صلب - نابض )

### 1 - قوة الارتداد المطبقة من طرف نابض ( Force de rappel )

نعتبر **نواسا مرنا** مكونا من خيال كتلته  $m$  مثبت في طرف نابض ذي لفات غير متصلة، وموضوع فوق نضد هوائي أفقي. عندما يكون النابض حرا تحتل نقطة تماسه مع الجسم الموضع  $A_0$ ، وعندما يكون مضغوطا أو مطالا تحتل هذه النقطة الموضع  $A$ . في هذه الحالة، يطبق النابض على الجسم **قوة ارتداد  $\vec{F}$**  تسعى إلى إرجاع الطرف الحر للنابض إلى وضعه البدئي ( الشكل 5 ).

يعبر عن قوة الارتداد  $\vec{F}$  ب:  $\vec{F} = -KA_0\vec{A}\vec{i}$  أي:  $\vec{F} = -Kx\vec{i}$  حيث  $K$  صلابة النابض.

$$AA_0 = \ell - \ell_0 = x$$

### 2 - المعادلة التفاضلية لحركة الجسم الصلب في حالة احتكاكات مهمة

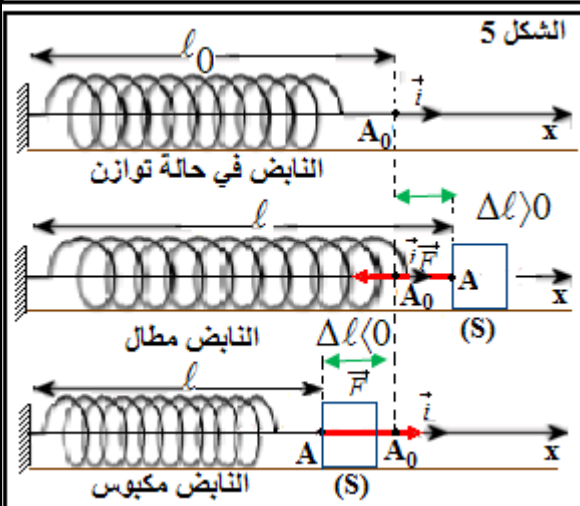
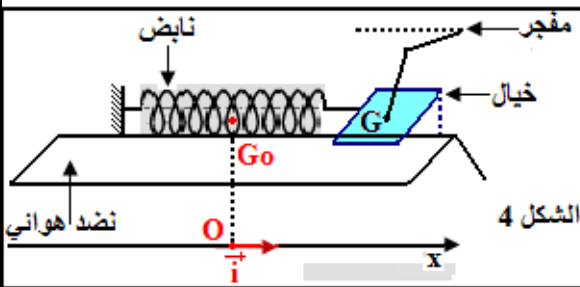
\* المجموعة المدروسة: {الجسم S}

\* جرد القوى:

-  $\vec{P}$ : وزن الجسم S ؛

-  $\vec{R}$ : تأثير السطح الأفقي؛

-  $\vec{F}$ : قوة الارتداد.



نعتبر عن القانون الثاني لنيوتن بالعلاقة:  $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$  أي:  $\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\vec{a}_G$

لدينا:  $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$  لغياب الحركة على المحور  $(O, j)$

وبالتالي:  $\vec{F} = m\vec{a}_G$

بإسقاط العلاقة على المحور  $(O, i)$  نحصل على:  $-Kxi = m\ddot{x}$

أي:  $-Kx = m\ddot{x}$  نكتب:  $m\ddot{x} + Kx = 0$

نتوصل إذن إلى:  $\ddot{x} + \frac{K}{m}x = 0$  وهي المعادلة التفاضلية.

في غياب الاحتكاك، يحقق أفصول مركز القصور G للجسم الصلب المكون لنواس مرن المعادلة التفاضلية:  $\ddot{x} + \frac{K}{m}x = 0$  حيث m كتلة الجسم و K صلابة النابض.

**ملحوظة:**

نفس المعادلة التفاضلية نتوصل إليها بالنسبة لنواس مرن رأسي وحر.

3 - المعادلة الزمنية لحركة الجسم (S):  $X = f(t)$

حل المعادلة التفاضلية السابقة يكتب على الشكل التالي:  $x(t) = x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$  حيث:  $x_m$ : وسع الحركة (m) ؛

$\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi$ : طور الحركة التذبذبية (rad) ؛

$T_0$ : الدور الخاص (s) ؛

$\varphi$ : طور الحركة عند  $t = 0$  (rad).

طبيعة حركة مركز القصور G للجسم مستقيمة جيبية.

### 1-3 - تحديد $x_m$ و $\varphi$

لدينا عند اللحظة  $t = 0$   $x = x_m = 2,5\text{cm}$  و  $V = 0$  (الجسم انطلق بدون سرعة بدئية).

إذن  $V = \frac{dx}{dt} = 0$  يعني:  $-x_m \frac{2\pi}{T_0} \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) = 0$

عند  $t = 0$  يعني  $-x_m \frac{2\pi}{T_0} \sin \varphi = 0$  ومنه  $\sin \varphi = 0$  إذن:  $\varphi = 0$  أو  $\varphi = \pi$  وبما أن  $x_m \cos \varphi > 0$  فإن:  $\varphi = 0$

وبالتالي فإن:

$$x(t) = 2,5 \cdot 10^{-2} \cos \frac{2\pi}{T_0} t$$

### 2-3 - تعبير الدور الخاص $T_0$ للمجموعة {جسم صلب - نابض}

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$$

سؤال: بالاعتماد على المعادلة التفاضلية وحلها بين أن تعبير الدور الخاص هو:

حيث:  $T_0$  هو الدور الخاص (s) ؛

m هي كتلة الجسم الصلب (Kg) ؛

K هي صلابة النابض ( $\text{N.m}^{-1}$ ).

نبحث عن المشتقة الثانية لـ x، ثم نعوض في المعادلة التفاضلية:  $\dot{x}(t) = -\omega_0 x_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$$\ddot{x}(t) = -\omega_0^2 x_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

لدينا:  $x(t) = x_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$  وبالتالي فإن:  $\ddot{x}(t) = -\omega_0^2 x(t)$

نعوض في المعادلة التفاضلية:  $-\omega_0 x + \frac{K}{m}x = 0$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad \Leftrightarrow \quad -\omega_0 + \frac{K}{m} = 0 \quad \text{أي:}$$

وبما أن:  $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$  فإن:  $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$  يتعلق الدور الخاص  $T_0$  بصلابة النابض وكتلة الجسم S.

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$$

## ملحوظة:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}} \text{ أي:}$$

$$f_0 = \frac{1}{T_0}$$

نعبر عن التردد الخاص للتذبذبات بالعلاقة:

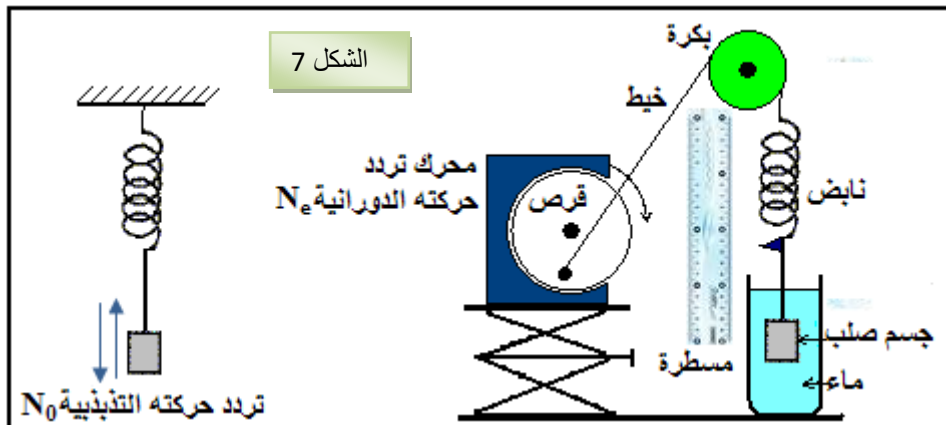
## III - ظاهرة الرنين الميكانيكي.

### 1 - التعرف على الظاهرة:

تؤثر الاحتكاكات على التذبذبات الميكانيكية فتصبح حركتها مخدمة. ويمكن صيانتها بتعويض الطاقة المبددة بكيفية تتناسب مع طبيعة المتذبذب.

بحيث يتم ربط المتذبذب الميكانيكي مع جهاز يمنحه الطاقة اللازمة لكي تصير حركته مصونة. هذا الجهاز يسمى **بالمثير** (Excitateur)، وهو مجموعة ذات حركة تذبذبية تفرض دورها  $T_e$  على المجموعة المتذبذبة (**الرنان** Résonateur) الذي تصبح تذبذباته قسرية.

### 2 - تقديم تجريبي



النواس المرن يلعب دور الرنان تردده الخاص  $N_0$  بينما المحرك هو المثير تردده  $N_e$ .

يتم ربط المتذبذب الميكانيكي مع المحرك الذي يمنحه الطاقة اللازمة لكي تصير حركته مصونة وبذلك يصبح مجبرا على التذبذب بتردد يفرضه المحرك.

عند تغيير تردد المحرك نحصل على

أقصى وسع لتردد الرنان عندما نضبط تردد المثير (المحرك) على قيمة توافق التردد الخاص للرنان (النواس المرن)  $N_0 = N_e$  نقول إن المجموعة في **حالة رنين**.

## ملحوظة:

كلما كان الخمود ضعيفا كلما كانت ظاهرة الرنين بارزة فنحصل على **الرنين الحاد** *résonance est aiguë* الذي يتجلى في كون وسع التذبذبات القسرية يأخذ قيمة كبيرة عند الرنين. وفي حالة الخمود القوي يكون **الرنين ضبابيا** *résonance floue* بحيث يصبح وسع التذبذبات القسرية عند الرنين صغيرا.

### 3 - إيجابيات وسلبيات الرنين

هناك حالات تكون فيها ظاهرة الرنين إيجابية لكونها تضخم المقدار الفيزيائي المقصود كما يحدث بالنسبة للآلات الموسيقية (عود - كمان - قيثارة...) إذ يقوم الصندوق بدور الرنان الذي يثار بحركة الأوتار.

وهناك حالة أخرى وهي كثيرة يؤدي التزايد المستمر لوسع التذبذبات بسبب الرنين الميكانيكي إلى تحطم المتذبذب أو حدوث إزعاج كـ:

- اهتزاز النوافذ الزجاجية للبيات وإصدار ضجيج عند مرور أو توقف شاحنة ومحركها مشغول بجانبها.
- اهتزاز هيكل سيارة عند دوران محركها
- للتقليل من الآثار السلبية للرنين الميكانيكي تزود وسائل النقل بمخمدرات *les amortisseurs* تجعل الرنين ضبابيا بحيث لا يصل وسع التذبذبات عند الرنين إلى قيم كبيرة.
- تؤخذ ظاهرة الرنين الميكانيكي بالاعتبار في تصاميم البنيات الكبرى كالقناطر والأبراج لكي لا تتعرض للتهدم نتيجة الرنين.