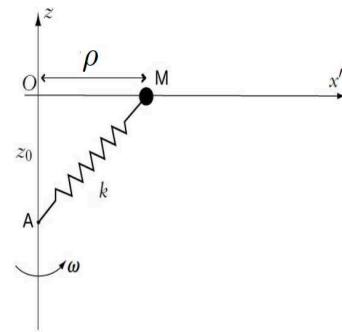


Propositions d'exercice pour la série 3

## Exercice 1 : PFD dans un référentiel non galiléen - Force élastique

Un point matériel  $M$  de masse  $m$  se déplace le long de l'axe  $Ox'$  sans frottement. L'axe  $Ox'$  tourne autour de  $Oz$  avec une vitesse angulaire  $\omega$  constante. Le point matériel  $M$  est relié à l'extrémité d'un ressort de longueur à vide  $l_0$  et de constante de raideur  $k$ . L'autre extrémité du ressort est fixée sur l'axe  $Oz$ , en  $A$ , à une distance  $z_0$ , voir figure ci-contre.



Soient  $\mathcal{R}(Oxyz)$  le référentiel du laboratoire considéré galiléen et  $\mathcal{R}'(Ox'y'z')$  le référentiel lié à l'axe  $Ox'$  tel que  $(Oz') \equiv (Oz)$ . On note par  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  la base cartésienne de  $\mathcal{R}$  et  $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{k}')$  la base solidement liée à  $\mathcal{R}'$ .  $\mathcal{R}'$  est pris pour le référentiel relatif avec  $\vec{\Omega}(\mathcal{R}'/\mathcal{R}) = \omega \vec{k}$ . On note par  $\vec{u}$  le vecteur unitaire de  $(AM)$ . Notons par  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ .

1. Etablir les expressions des accélérations relative  $\vec{\gamma}(M/\mathcal{R}')$ , d'entraînement  $\vec{\gamma}_e$  et de Coriolis  $\vec{\gamma}_c$
2. Faire le bilan des forces appliquées à  $M$ . Préciser les composantes non nulles de la réaction de l'axe  $(Ox')$  sur  $M$ .
3. Appliquer le PFD dans  $\mathcal{R}'$ .
4. En déduire l'équation du mouvement en  $\rho$ .
5. En déduire les expressions des composantes non nulles de  $\vec{R}$  en fonction de  $\rho$ ,  $\dot{\rho}$  et des données de l'exercice.
6. Montrer que  $M$  a trois positions d'équilibre données par

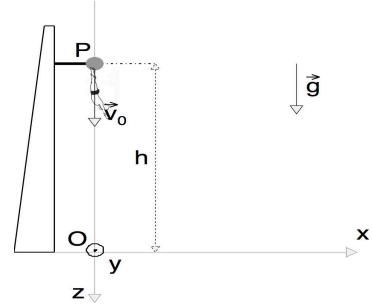
$$\rho_e = 0 \quad \text{et} \quad \rho_e = \pm \sqrt{\left(\frac{kl_0}{k - m\omega^2}\right)^2 - z_0^2} \quad \text{si} \quad \omega < \omega_0.$$

Commenter la condition  $\omega < \omega_0$ .

7. On étudie le mouvement autour de la position d'équilibre  $\rho_e = 0$ , en posant  $\rho = \rho_e + \epsilon$  avec  $\epsilon \rightarrow 0$ .
  - i- Que devient l'équation du mouvement en  $\epsilon$ , en se limitant aux termes d'ordre 1 ?
  - ii- A quelle condition le mouvement est sinusoidal ?

## Exercice 2 : Saut d'un plongeur - Force de frottement fluide et poussée d'Archimède

Un baigneur assimilé à un point matériel  $P$  de masse  $m$  saute d'un plongoir situé à une hauteur  $h$  au dessus de l'eau avec une vitesse initiale  $\vec{v}_0$ , voir figure ci-contre. Le point de chute à la surface d'eau est supposé  $O$ . Soit  $\mathcal{R}(Oxyz)$  le repère lié au plongoir, muni de la base cartésienne  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , considéré galiléen. Le baigneur est soumis uniquement à la pesanteur lors de la chute.



### 1. Chute du plongeur :

- i) Etablir les expressions de la vitesse  $\vec{v}$  et de l'accélération  $\vec{\gamma}$  du baigneur par rapport à  $\mathcal{R}$  lors de son plongeon.
- ii) Appliquer le principe fondamental de la dynamique (PFD) et déduire l'équation horaire  $z(t)$ .
- iii) Etablir l'expression du temps de la chute  $t_c$  et déduire la vitesse à la surface de l'eau, au point  $O$ ,  $v_c$ .

### 2. Plongueur dans l'eau

Lorsque le baigneur est dans l'eau, il ne fait aucun mouvement. Il est soumis, en plus à la pesanteur, à la force de frottement fluide  $\vec{f} = -k\vec{v}$  et à la poussée d'Archimède qui peut se mettre sous la forme  $\vec{\Pi} = -\frac{1}{\lambda}m\vec{g}$ ,  $k > 0$  et  $0 < \lambda < 1$  sont des constantes.

- i) Appliquer le PFD et déduire l'équation différentielle à laquelle obéit la projection de la vitesse sur  $Oz$ ,  $v_z$ . On posera  $\tau = m/k$ .
- ii) Intégrer cette équation et établir l'expression de  $v_z(t)$  sachant qu'à l'instant  $t = t_c$  nous avons  $v_z = v_c$ .
- iii) Montrer que lorsque  $t \rightarrow +\infty$ ,  $v_z \rightarrow v_L$ , appelée la vitesse limite, donnée par

$$v_L = g\tau \left(1 - \frac{1}{\lambda}\right).$$

- iv) Exprimer  $v_z(t)$  en fonction de  $v_c$  et de  $|v_L|$ . Déterminer l'instant  $t_1$  où le baigneur commence à remonter.

## Exercice 3 : Théorème de l'énergie mécanique - Interaction entre particules chargées

On considère deux particules  $A$  (fixe) et  $B$  (mobile) de charges respectives  $q_A$  et  $q_B$ . On rappelle que la force de Coulomb est  $\vec{F}_{B/A} = \frac{q_A q_B}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{AB}}{\|\vec{AB}\|^3}$ . On néglige les poids des deux particules devant la force de Coulomb. Soit  $d_0$  la distance qui sépare les deux particules à l'instant initial.

1. Déterminer l'énergie potentielle dont dérive la force  $\vec{F}_{B/A}$ .
2. On suppose que  $q_A = q_B = q$ . On lance  $B$  vers  $A$  avec la vitesse  $v_0$ . A quelle distance minimale,  $d_{min}$ ,  $B$  s'approche-t-elle de  $A$ ?
3. On suppose  $q_A = -q_B = q$ . Quelle vitesse minimale  $v_{min}$  faut-il donner à  $B$  pour qu'elle puisse s'échapper à l'infini?